

**Centre Universitaire AbdelhafidBoussouf - Mila**  
**Institut des Sciences et de Technologie**  
**Département de Génie Mécanique et Electromécanique**



N°Ref :.....

**Projet de Fin d'Etude préparé En vue de l'obtention du diplôme**  
**de MASTER**  
**Spécialité :Energétique**

**Convection mixte dans une cavité poreuse à chauffage sinusoïdal**  
**à double couvercle**

**Réalisé par :**

MIMOUNE Yahia  
DIF Islam

**Membres de jury**

Mr DEBBAH Djoubeir  
Dr DERDOURI AMINA  
Dr HASSINET Liamena

**Président**  
**Examineur**  
**Encadreur**

**Année universitaire : 2023/2024**

## Dédicaces

*Nous dédions ce modeste travail à nos  
très chers parents, à nos frères et sœurs,  
à mon binôme qui j'ai partagé avec lui  
les bons et les durs moments et enfin à  
tous mes collègues et mes amis.*

# Remerciements

*Nous tenons particulièrement remercier Allah le tout puissant,*

*Nous tenons à notifier un remerciement spécial à tous nos professeurs qui ont contribué à notre formation universitaire, et en particulier aux **Dr DEBBAH Djoubeir** et **Dr DERDOURI Amina** pour avoir accepté d'évaluer notre travail et d'être président et membre de jury respectivement. Nos vifs remerciements vont notamment à notre encadreur **Dr HASSINET Liamena** pour son aide et assistance, par sa disponibilité, ses conseils et ses orientations durant toute la période de la réalisation de notre projet. Nous remercions toute personne qui a contribué de près ou de loin à l'achèvement de ce travail. Nous tenons remercier nos familles de nous avoir soutenu, nous ne serons jamais assez reconnaissants envers nos parents qui ont toujours tout mis en œuvre pour qu'on s'épanouisse dans tous ce qu'on entreprend.*

*Enfin, nous espérons que ce travail aura la valeur souhaitée.*

# Sommaire

|  |      |
|--|------|
| Dédicases.....   | I    |
| Remerciements .....  | II   |
| Sommaire .....   | III  |
| Liste des figures .....                                    | VI   |
| Liste des tableaux .....                                   | VII  |
| Nomenclature .....   | VIII |
| Résumé.....  | IX   |
| Abstract .....   | X    |
| ملخص.....  | XI   |
| Introduction générale.....                                 | 1    |
| Généralités et synthèse bibliographique.....               | 3    |
| 1.1 introduction .....                                     | 4    |
| 1.2 Les types de transfert de chaleur .....                | 4    |
| 1.3 Transfert de chaleur par convection .....              | 4    |
| 1.3.1 Convection naturelle .....                           | 5    |
| 1.3.2 Convection forcée .....                              | 5    |
| 1.3.3 Convection mixte .....                               | 5    |
| 1.4 Ecoulements et transferts en milieu poreux .....       | 5    |
| 1.4.1 Milieu poreux.....                                   | 5    |
| 1.4.2 Les paramètres des milieux poreux.....               | 6    |
| 1.5 Caractérisation des écoulements en milieu poreux ..... | 7    |
| 1.5.1 Viscosité dynamique effective .....                  | 7    |
| 1.5.2 Conductivité thermique effective.....                | 8    |
| 1.6 Modèles d'écoulements dans le milieu poreux .....      | 8    |

|  |    |
|--|----|
| 1.6.1 Loi de Darcy .....   | 8  |
| 1.6.2 Loi de Darcy-Forchheimer .....                             | 9  |
| 1.6.3 Loi de Darcy-Brinkman .....                                | 9  |
| 1.7 Modélisation des transferts thermiques en milieu poreux..... | 10 |
| 1.8 Travaux antérieurs.....                                      | 11 |
| 1.9 Conclusion.....  | 24 |
| 2 Formulation mathématique.....                                  | 25 |
| 2.1 Introduction .....   | 26 |
| 2.2 Modèle physique .....  | 26 |
| 2.3 Hypothèses .....   | 27 |
| 2.4 Equations sous forme dimensionnelle.....                     | 27 |
| 2.5 Conditions aux limites sous forme dimensionnelle .....       | 28 |
| 2.6 Equation sous forme adimensionnelle.....                     | 29 |
| 2.7 Conditions aux limites sous forme adimensionnelle.....       | 30 |
| 2.8 La Forme Générale des Equations de Conservation .....        | 30 |
| 2.9 Calcul du nombre de Nusselt .....                            | 31 |
| 2.9.1 Nombre de Richardson .....                                 | 32 |
| 2.10 Lignes de courant .....                                     | 32 |
| 2.11 Conclusion.....   | 33 |
| 3 Modèle numérique.....  | 34 |
| 3.1 Introduction .....   | 35 |
| 3.2 Maillage .....   | 35 |
| 3.3 Discrétisation des équations de transport.....               | 36 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 3.3.1 | Intégration du flux total .....                                 | 37 |
| 3.3.2 | Intégration du terme source .....                               | 38 |
| 3.4   | Discrétisation de l'équation de continuité .....                | 38 |
| 3.5   | Discrétisation finale des équations de conservation.....        | 39 |
| 3.5.1 | Schémas de discrétisation .....                                 | 40 |
| 3.5.2 | Discrétisation des termes sources .....                         | 41 |
| 3.5.3 | Algorithme SIMPLE.....  | 44 |
| 3.6   | Conclusion.....   | 47 |
| 4     | Résultats et discussions .....                                  | 48 |
| 4.1   | Introduction .....  | 49 |
| 4.2   | Effet du maillage .....   | 49 |
| 4.3   | Validation du code de calcul .....                              | 49 |
| 4.3.1 | Effet du nombre de darcy et effet du nombre de richardson ..... | 50 |
| 4.4   | Conclusion.....   | 57 |
|       | Conclusion générale .....                                       | 58 |
|       | Bibliographie.....  | 59 |

## Liste des figures

|  |    |
|--|----|
| Figure 1.1 trois modes de transfert d'énergie thermique.....   | 4  |
| Figure 1.2 : mécanisme du transfert de chaleur par convection.....   | 4  |
| Figure 1.3 : Types de milieu poreux : milieu consolidé (b) et non consolidé (a).....   | 6  |
| Figure 1.4 : Schéma du système physique.....   | 12 |
| Figure 1.5 : Schéma pour le modèle physique.....   | 13 |
| Figure 1.6 : La voie de préparation des nanofluides.....   | 14 |
| Figure 1.7 : Diagramme schématique et système de coordonnées.....  | 15 |
| Figure 1.8 : Modèle physique de convection dans une cavité oblique avec une ailette flexible oscillante et système de coordonnées..... | 16 |
| Figure 1.9: cavité chauffée et refroidie par des températures sinusoïdales.....  | 17 |
| Figure 1.10 : Le standard physique dans la cavité avec l'obstruction interne solide et le système de coordonnées.....                  | 18 |
| Figure 1.11 : Modèle physique avec conditions aux limites.....   | 19 |
| Figure 1.12 : Modèle physique de l'étude actuelle.....   | 20 |
| Figure 1.13 : La géométrie d'un problème physique.....   | 21 |
| Figure 1.14 : Géométrie du problème.....   | 22 |
| Figure 1.15 : Quelques exemples de matériaux poreux à base de carbone.....   | 23 |
| Figure 1.16 : La représentation physique et le système de coordonnées du problème.....   | 24 |
| Figure 2.1: La configuration à étudier .....   | 26 |
| Figure 3.1: Discrétisation du domaine de calcul.....   | 35 |
| Figure 3.2: Stockage des variables scalaires et des composantes de vitesse .....   | 36 |

|   |    |
|---|----|
| Figure 3.3: Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLE .....                          | 45 |
| Figure 3.4 : Réalisation de géométrie .....   | 46 |
| Figure 3.5 : Réalisation du maillage .....  | 46 |
| Figure 3.6 : Exécution du calculs .....   | 46 |
| Figure 4.1: Comparaison entre nos résultats avec ceux de la littérature [24] .....                  | 50 |
| Figure 4.2 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Ri= 1$ .....                 | 52 |
| Figure 4.3 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Ri= 10$ .....                | 53 |
| Figure 4.4 : Variation du nombre de Nusselt local avec les différentes valeurs de $Da$ pour :       |    |
| (a) $Ri=1$ , (b) $Ri=10$ , (c) $Ri= 10 - 1$ .....   | 55 |
| Figure 4.5 : Variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Richardson pour $Da=10^{-1}$ et |    |
| $Da=10^{-2}$ et $Da=10^{-3}$ .....  | 56 |
| Figure 4.6 : Variation de la vitesse dans le plan médian ( $x = 0.5$ ) avec le nombre de            |    |
| Richardson pour : $Da=10^{-1}$ , $Da=10^{-2}$ , $Da=10^{-3}$ et $Da=10^{-4}$ .....                  | 56 |

## Liste des tableaux

|  |    |
|--|----|
| Tableau 2-1: Présentation des différentes quantités transportées et leurs termes de transport.....                           | 31 |
| Tableau 4-1: Effet du maillage sur les valeurs de ( $Nu$ , $\psi_{max}$ et $V_{max}$ ) pour $Da=0.1$ et $\epsilon=0.9$ ..... | 49 |



# Nomenclature

|            |   |                        |
|------------|---|------------------------|
| $C_p$      | Capacité calorifique à pression constante,        | $[J\ kg^{-1}\ K^{-1}]$ |
| $Da$       | Constante de Darcy                                |                        |
| $G$        | Accélération de pesanteur                         | $[m\ s^{-2}]$          |
| $H$        | Hauteur de la cavité                              | $[m]$                  |
| $K$        | Conductivité thermique de l'air                   | $[W\ m^{-1}\ K^{-1}]$  |
| $k_A$      | Moyenne arithmétique de la conductivité thermique | $[W\ K^{-1}]$          |
| $k_e$      | Conductivité thermique effective                  | $[W\ K^{-1}]$          |
| $k_f$      | Conductivité thermique de la phase fluide         | $[W\ K^{-1}]$          |
| $k_G$      | Moyenne géométrique de la conductivité thermique  | $[W\ K^{-1}]$          |
| $k_H$      | Moyenne harmonique de la conductivité thermique   | $[W\ K^{-1}]$          |
| $k_s$      | Conductivité thermique de la phase solide         | $[W\ K^{-1}]$          |
| $K$        | Perméabilité                                      | $[m^2]$                |
| $L$        | Longueur de la cavité                             | $[m]$                  |
| $Nul$      | Nombre de Nusselt local                           |                        |
| $Nu$       | Nombre de Nusselt moyen                           |                        |
| $P$        | Pression  | $[Pa]$                 |
| $P$        | Pression adimensionnée                            |                        |
| $Pr$       | Nombre de Prandtl                                 |                        |
| $q_m'''$   | Production de la chaleur globale                  | $J/m^3$                |
| $R_k$      | Rapport de conductivités                          |                        |
| $t$        | Temps   | $[s]$                  |
| $T$        | Température                                       | $[K]$                  |
| $\Delta T$ | Différence de températures                        | $[K]$                  |
| $\vec{V}$  | Vitesse de filtration = vitesse de Darcy          | $[m\ s^{-1}]$          |

|             |   |               |
|-------------|---|---------------|
| $u, v$      | Composante horizontale et verticale de la vitesse | $[m\ s^{-1}]$ |
| $U, V$      | Composantes de la vitesse adimensionnée           |               |
| $\vec{V}_p$ | Vitesse moyenne interstitielle de pore            | $[m\ s^{-1}]$ |
| $V_f$       | Volume occupé par le fluide                       | $[m^3]$       |
| $V_s$       | Volume occupé par le solide                       | $[m^3]$       |
| $x, y$      | Cordonnées cartésiennes dimensionnelles           | $[m]$         |
| $X, Y$      | Cordonnées cartésiennes adimensionnées            |               |

### *Lettres grecques*

|          |                                   |                 |
|----------|-----------------------------------|-----------------|
| $\alpha$ | Diffusivité thermique du fluide   | $[m^2\ s^{-1}]$ |
| $\beta$  | Coefficient d'expansion thermique | $[K^{-1}]$      |
| $\mu$    | Viscosité dynamique du fluide     | $[Pa\ s]$       |
| $\nu$    | Viscosité cinématique du fluide   | $[Pa\ s]$       |
| $\rho$   | Masse volumique                   | $[kg\ m^{-3}]$  |
| $\theta$ | Temperature adimensionnée         |                 |
| $\psi$   | Fonction de courant adimensionnée |                 |

# Résumé

Dans ce mémoire, nous avons étudié numériquement le flux de convection mixte bidimensionnel (2D) dans une cavité carrée poreuse dont les deux parois verticales (couvercles) sont en mouvement. La paroi verticale gauche de la cavité est maintenue à une température froide constante et la paroi droite est chauffée sinusoïdalement, Tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. La méthode des volumes finis a été utilisée pour résoudre numériquement l'équation de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

Le problème est analysé pour différentes valeurs du nombre de Richardson  $Ri$  dans l'intervalle  $0.1 \leq Ri \leq 10$  et pour différentes valeurs des nombres de Darcy  $Da$  dans l'intervalle  $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-1}$ . Les résultats numériques montrent qu'une augmentation du nombre de Darcy, induit l'activité d'écoulement plus profondément dans la cavité, ce qui entraîne plus d'énergie à être emportée des parois coulissantes, provoquant ainsi des changements marqués dans le comportement d'écoulement. D'autre part elle montre que l'augmentation de  $Ri$  implique la diminution de la force de flottabilité thermique, qui à son tour diminue la convection thermique dans la cavité.

**Mots clés :** convection mixte, milieu poreux, chauffage sinusoïdale, deux couvercles en mouvement, la méthode des volumes finis , Richardson, Darcy.

# Abstract

In this study, we numerically studied the two-dimensional (2D) mixed convection flow in a square porous cavity with two moving vertical walls (lids). The left vertical wall of the cavity is maintained at a constant cold temperature, while the right wall is heated sinusoidally. The horizontal walls are adiabatic. The finite volume method was used to numerically solve the conservation equations of mass, momentum, and energy.

the problem is analyzed for different values of the Richardson number  $Ri$  in the range of  $0.1 \leq Ri \leq 10$  and for different values of the Darcy number  $Da$  in the range of  $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-1}$ . The numerical results show that an increase in the Darcy number induces deeper flow activity within the cavity, which results in more energy being carried away from the sliding walls, causing significant changes in the flow behavior. On the other hand, it shows that increasing  $Ri$  implies a decrease in thermal buoyancy force, which in turn reduces thermal convection within the cavity.

**Keywords :** Mixed convection, porous medium, sinusoidal heating, two moving lids, The finite volume method, Richardson, Darcy

## ملخص

في هذه المذكرة ، قمنا بدراسة تدفق الحمل المختلط ثنائي الأبعاد (2D) في تجويف مربع مسامي يحتوي على جدارين رأسيين متحركين. يتم الحفاظ على الجدار الرأسي الأيسر للتجويف عند درجة حرارة باردة ثابتة، بينما يتم تسخين الجدار الأيمن بشكل جيبي. أما الجدران الأفقية فهي معزولة حرارياً. تم استخدام طريقة الحجم المحدودة لحل المعادلات الحافظة للكتلة والزخم والطاقة عددياً.

تم تحليل المشكلة لقيم مختلفة من عدد ريتشاردسون (Ri) في نطاق  $0.1 \leq Ri \leq 10$  ولقيم مختلفة من عدد دارسي (Da) في نطاق  $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-1}$  أظهرت النتائج العددية أن زيادة في قيمة عدد دارسي تسبب في تعمق أنشطة التدفق داخل الكهف، مما يؤدي إلى نقل كمية أكبر من الطاقة بعيداً عن الجدران المترحلة، مما يسبب تغيرات كبيرة في سلوك التدفق. من جهة أخرى، أظهرت النتائج أن زيادة في قيمة عدد ريتشاردسون تؤدي إلى انخفاض في قوة الطفو الحراري، مما يقلل من التقاف الحراري داخل التجويف.

طريقة الحجم المحدود، الكلمات المفتاحية : الحمل المختلط، الوسط المسامي، التسخين الجيبي، غطاءان متحركان ريتشاردسون، دارسي .

# Introduction générale

Le transfert de chaleur par convection mixte est un phénomène complexe et fascinant qui joue un rôle crucial dans de nombreux processus naturels et industriels. Il combine les mécanismes de convection naturelle et forcée, apportant ainsi des défis uniques à la compréhension et à la modélisation des échanges thermiques. De la cuisson des aliments à la conception des systèmes de refroidissement des centrales électriques, la convection mixte influence une gamme variée d'applications.

Ce phénomène se produit lorsque la chaleur est transférée entre un fluide en mouvement et une surface solide, ou entre deux fluides en mouvement à différentes températures. La convection naturelle est induite par les gradients de densité thermique, tandis que la convection forcée est générée par des moyens externes tels que des pompes ou des ventilateurs. La combinaison de ces deux processus crée des conditions de transfert de chaleur uniques, caractérisées par des régimes de flux thermique variables et des coefficients de transfert de chaleur changeants.

Comprendre la convection mixte est essentiel pour optimiser les performances des systèmes de chauffage, de refroidissement et de ventilation, ainsi que pour prédire les phénomènes météorologiques et climatiques. De plus, dans le domaine de l'ingénierie, la modélisation précise de la convection mixte permet d'améliorer la conception des échangeurs de chaleur, des systèmes de climatisation et des procédés de fabrication.

Dans cette étude, nous explorerons les principes fondamentaux du transfert de chaleur par convection mixte, en examinant ses applications pratiques, ses défis de modélisation et les avancées récentes dans ce domaine passionnant de la thermodynamique et de la mécanique des fluides.

Le premier chapitre, où nous reviendrons sur les notions, présente les définitions sur le transfert de chaleur et les milieux poreux, les caractérisations des écoulements en milieu poreux et la modélisation des transferts thermiques. Nous y exposerons aussi quelques travaux antérieurs

consacrés à une bibliographie des travaux théoriques, expérimentaux et numériques liés à la convection mixte en cavité poreuse.

Le second chapitre est consacré à la modélisation mathématique, en présentant le problème physique mis en étude, suivi de la formulation mathématique. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie ainsi que les conditions aux limites imposées sont présentées en détail.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des volumes finis et son exécution pour la discrétisation des équations du problème, ainsi que l'algorithme SIMPLE choisi pour le couplage vitesse-pression.

Le quatrième chapitre constitue l'essentiel du travail, où nous présentons les effets des différents paramètres sur les caractéristiques des écoulements et le transfert convectif et nous commentons également les résultats ainsi obtenus.

Enfin, une conclusion générale présentant les principaux résultats trouvés le long de cette étude

# **Chapitre 1**

## **Généralités et synthèse bibliographique**



## 1.1 Introduction

La convection mixte a captivé l'attention de nombreux chercheurs en raison de son importance dans diverses applications de génie, telles que les systèmes de refroidissement, notamment pour les microprocesseurs électroniques, les applications d'énergie renouvelable, les centrales nucléaires et les échangeurs de chaleur. De nombreux chercheurs ont exploré l'utilisation de nanofluides et de nanofluides hybrides dans des cavités afin d'améliorer les propriétés du fluide, lesquels sont utilisés dans diverses applications de génie .

## 1.2 Les types de transfert de chaleur

Il existe trois modes de transfert thermique : la conduction, la convection et le rayonnement thermique.

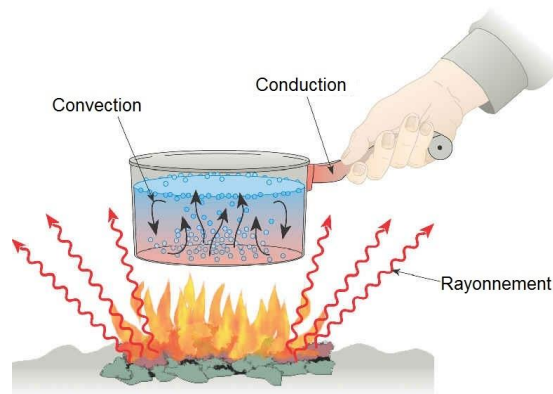


Figure 1.1 : trois modes de transfert d'énergie thermique

## 1.3 Transfert de chaleur par convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton [1].



Figure 1.2 : mécanisme du transfert de chaleur par convection [1].

Le flux de chaleur mis en jeu s'écrit alors d'après la loi de Newton :

$$\varphi = h S (T_p - T_\infty) \quad (1.1)$$

$\varphi$  : Flux de chaleur transmis par convection (W).

$h$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection (W/m<sup>2</sup> K).

$T_p$  : Température de la surface du solide (K).

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la surface du solide (m<sup>2</sup>).

$S$  : Aire de la surface de contact solide/fluide.

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un fluide. On distingue généralement trois types de convection

### **1.3.1 Convection naturelle**

La convection naturelle est un phénomène où le déplacement du fluide est causé par les variations de densité entre les particules chaudes et froides présentes dans le fluide, qui se trouvent dans un champ de forces massiques. Ces variations de densité, souvent dues à des différences de température, entraînent la création d'une force de flottabilité en association avec la gravité. Par conséquent, cela engendre une différence dans la quantité de mouvement [2].

### **1.3.2 Convection forcée**

En convection forcée le mouvement du fluide est provoqué par l'action des forces extérieures (par exemple pompe, ventilateur...etc.), qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement du fluide.

### **1.3.3 Convection mixte**

Elle résulte de la combinaison des deux phénomènes mentionnés précédemment (convection naturelle et forcée) lorsque les vitesses d'écoulement simulées par les deux types de convection sont approximativement équivalentes. Peu importe le type de convection envisagé, on observe deux modes d'écoulement distincts : laminaire et turbulent.

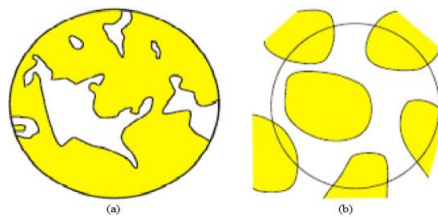
## **1.4 Ecoulements et transferts en milieu poreux**

### **1.4.1 Milieu poreux**

De manière générale, un milieu poreux se compose d'une structure solide et de vides, également appelés pores. La proportion du volume vide dans une roche définit sa porosité totale. Ces pores peuvent être remplis d'eau, d'air ou d'autres fluides.

On rencontre plusieurs milieux poreux dans la nature ou l'industrie, on distingue ainsi deux sortes de milieux poreux :

- milieux solides non consolidés : la phase solide est formée de grain (par exemple d'empilement de billes, de panneaux de fibre de verre, de sable...etc.), Figure (1.3a).
- milieux solides consolidés : tel que les roches, le bois ...etc., Figure (1.3b).



**Figure 1.3** : Types de milieu poreux : milieu consolidé (b) et non consolidé (a)

Les caractéristiques primordiales des milieux poreux résident dans deux propriétés macroscopiques distinctes : la porosité et la perméabilité [3].

### 1.4.2 Les paramètres des milieux poreux

L'étude des écoulements et du transfert de chaleur en milieu poreux est basée sur le calcul des propriétés du milieu, la porosité et la perméabilité.

#### a) La porosité

La porosité est le paramètre principal décrivant un milieu poreux, elle est définie par le rapport entre le volume de fluide  $V_f$  et le volume total du milieu poreux  $V_T$ .

$$(V_T = V_f + V_s) \quad (1.2)$$

$V_s$  : le volume occupé par le solide.

$V_f$  : le volume occupé par le fluide.

## b) La Perméabilité

La perméabilité traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression.

La perméabilité dépend essentiellement de la porosité et du diamètre des particules.

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^2}{36C_0(1 - \varepsilon)^2} \quad (1.3)$$

Où :

$d$  est une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse et

$C_0$  une constante dépendant de la forme des grains ( $3.6 < C_0 < 5$ ).

## 1.5 Caractérisation des écoulements en milieu poreux

### 1.5.1 Viscosité dynamique effective

Lorsque l'approche des modèles moyennés sur un VER est adoptée, il est nécessaire de définir les propriétés thermo-physiques évaluées sur le VER incluant les deux phases fluide et solide. Ainsi, la viscosité effective a été introduite par **Brinkman**[4] afin de mettre en évidence la discontinuité des contraintes aux interfaces fluide-poreux et d'obtenir une expression pour la perméabilité. En combinant l'écoulement de Stokes avec celui de **Darcy**[5], il a obtenu l'équation suivante :

$$\vec{\nabla} p = - \frac{\mu}{K} \vec{V} + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V} \quad (1.4)$$

Brinkman a considéré la viscosité dynamique effective égale à la viscosité du fluide considéré. **Lundgren** [6] a donné des justifications à l'équation de Brinkman et a trouvé, de plus, que le rapport entre la viscosité dynamique  $\mu_{eff}$  et celle du fluide n'est pas toujours égal à l'unité.

Lundgren démontrera aussi que la viscosité effective est une fonction de la viscosité du fluide et de la porosité.

### 1.5.2 Conductivité thermique effective

Les phases fluide et solide en présence dans le milieu poreux contribuent généralement, avec des proportions différentes, au mode de conduction. De ce fait, la modélisation du transfert de chaleur à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective. Cette dernière est fortement dépendante de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide et fluide de la matrice poreuse.

D'une manière générale les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles en série et parallèle basés sur l'analogie électrique

➤ **Modèle série**

Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du fluide est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases

$$\frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{\varepsilon}{\lambda_f} + \frac{(1-\varepsilon)}{\lambda_s} \quad (1.5)$$

➤ **Modèle parallèle**

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse les deux phases fluide et solide en même temps. La conductivité thermique effective est alors la somme pondérée des taux d'occupation d'espace des conductivités phasiques

$$\lambda_{eff} = \varepsilon\lambda_f + (1-\varepsilon)\lambda_s \quad (1.6)$$

## 1.6 Modèles d'écoulements dans le milieu poreux

### 1.6.1 Loi de Darcy

Darcy a présenté expérimentalement au milieu du 19<sup>ième</sup> siècle que le débit d'un écoulement d'eau à travers une colonne de sable était proportionnel au gradient de pression appliqué entre deux sections de cette colonne. La première mise en équation du mouvement d'un fluide dans un milieu poreux saturé a été proposée par **Darcy [5]**.

Pour un milieu isotrope, l'équation de Darcy généralisée peut s'écrire :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{k} \vec{v} + \rho \vec{g} \quad (1.7)$$

Où :

$\vec{\nabla}p$  est le gradient de pression.

$\mu$  est la viscosité du fluide,  $\rho$  c'est la masse volumique du fluide.

$K$  est la perméabilité qui ne dépend que de la géométrie de la matrice solide.

$\vec{V}$  est la vitesse de filtration ou la vitesse superficielle du fluide.

### 1.6.2 Loi de Darcy-Forchheimer

Forchheimer a mis en évidence expérimentalement au début du 20<sup>ème</sup> siècle qu'il y a apparition de recirculations à l'échelle du pore lorsque le débit de l'écoulement est important. Ces recirculations produisent une chute supplémentaire de pression exprimée sous la forme d'une fonction quadratique de la vitesse de filtration. **Selon Joseph et al. [7]**, la modification appropriée à l'équation de Darcy est de remplacer l'équation. (1.7) par :

$$\vec{\nabla}p = -\frac{\mu}{k} \vec{V} + \rho \vec{g} - \frac{\rho f C_f}{\sqrt{k}} |\vec{V}| \vec{V} \quad (1.8)$$

### 1.6.3 Loi de Darcy-Brinkman

Etendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de diffusion visqueuse dans la loi de Stokes. Ce terme permet également de rendre compte des forces de frottement qui ont lieu au niveau des surfaces qui délimitent le milieu poreux.

La loi modifiée de Darcy-Brinkman-Forchheimer (DBF) est alors représentée par l'équation suivante :

$$\vec{\nabla}p = -\frac{\mu}{k} \vec{V} + \rho \vec{g} - \frac{\rho f C_f}{\sqrt{k}} |\vec{V}| \vec{V} + \tilde{\mu} \nabla^2 \vec{V} \quad (1.9)$$

Où  $\tilde{\mu}$  est une viscosité effective qui dépend de la viscosité du fluide ( $\mu$ ) La forme la plus générale d'équation du mouvement qui tient compte de l'inertie macroscopique du fluide a été proposée, par **Hsu and Chang [8]** et **Vafai and Tien [9]**, citée par **Neild and Bejan [10]**. Ces chercheurs ont obtenu une équation qui peut être écrite par notre notation par :

$$\underbrace{\rho_f \left[ \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{\vec{v}}{\varepsilon} \right) \right]}_1 = - \underbrace{\vec{\nabla} p}_2 + \underbrace{\rho \vec{g}}_3 + \underbrace{\frac{\mu}{\varepsilon \rho f} \nabla^2 \vec{v}}_4 - \underbrace{\frac{\mu}{k} \vec{v}}_5 \left| - \frac{\rho f C_f}{\sqrt{k}} \right| \underbrace{|\vec{v}| \vec{v}}_6 \quad (1.10)$$

(1) terme exprimant les forces d'inertie macroscopiques (terme convectif)

(2) gradient de pression

(3) force de gravité

(4) cisaillement visqueux à l'échelle macroscopique, appelé terme visqueux de Brinkman

(5) cisaillement visqueux à l'échelle microscopique, appelé terme de Darcy

(6) terme exprimant les forces d'inertie microscopiques, appelé terme d'inertie d'Ergun ou encore terme de Forchheimer

## 1.7 Modélisation des transferts thermiques en milieu poreux

Le transfert thermique dans les milieux poreux, est approché par deux types de modèle : modèle à une température et modèle à deux températures Dans ce qui suit nous avons basé sur le modèle à une température.

- **Modèle à une température**

Le milieu est cependant considéré comme homogène, l'équation d'énergie sur un volume élémentaire du milieu, s'écrit pour la phase solide :

$$(1-\varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1-\varepsilon) \vec{\nabla} \cdot (k_s \vec{\nabla} T_s) + (1-\varepsilon) q_s''' ,$$

et pour la phase fluide :

$$\varepsilon(\rho c_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)_f \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_f = \varepsilon \vec{\nabla} \cdot (k_f \vec{\nabla} T_f) + \varepsilon q_f'''$$

En utilisant cette hypothèse d'équilibre local  $T_s = T_f = T$ , l'équation de bilan d'énergie peut être écrite :

$$(\rho c_p)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_f \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (k_e \vec{\nabla} T) + q_m''' \quad (1.11)$$

Où :

$(\rho c_p)_m$  est la capacité thermique globale par unité de volume définie par :

$$(\rho c_p)_m = (1 - \varepsilon)(\rho c)_s + \varepsilon(\rho c_p)_f \quad (1.12)$$

$k_e$  est la conductivité thermique globale du milieu poreux :

$$k_e = (1 - \varepsilon)k_s + \varepsilon k_f \quad (1.13)$$

$q_m'''$  est la production de la chaleur globale par unité de volume du milieu.

$$q_m''' = (1 - \varepsilon)q_s''' + \varepsilon q_f''' \quad (1.14)$$

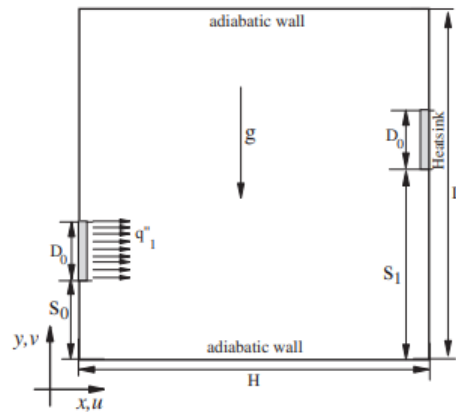
## 1.8 Travaux antérieurs

- **Nous citons des exemples d'études antérieures lors de la convection naturelle :**

[11] **Soheil Soleimani et al.** ont étudié et examiné les positions optimales d'une paire de sources de chaleur et de puits de chaleur dans une enceinte, dans le but de minimiser la température maximale ( $T_{max}$ ) sur la source de chaleur avec un flux constant. Pour ce faire, elle utilise un algorithme d'optimisation par essaim de particules (PSOA). Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, avec l'approximation de Boussinesq pour un écoulement laminaire et incompressible d'un fluide newtonien, sont résolues par la méthode des volumes finis.

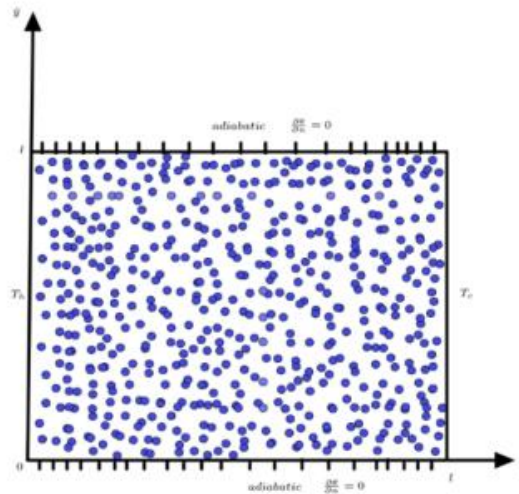


L'étude porte sur divers paramètres, notamment les nombres de Rayleigh (Ra) de 103 à 106, le rapport d'aspect de la cavité ( $A=H/L=1$ ), et les tailles de la source et du puits ( $D_0$  de 0.2 à 0.5). Les résultats numériques indiquent que les configurations optimales varient en fonction des nombres de Rayleigh et des tailles de la source et du puits.



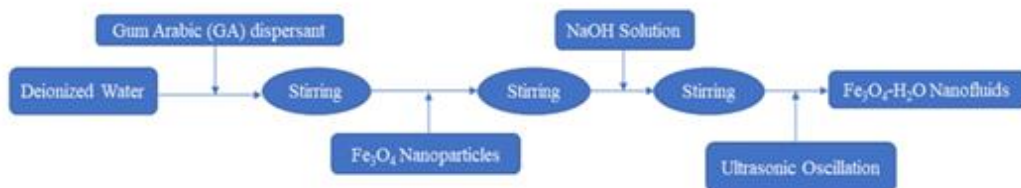
**Figure 1.4 :** Schéma du système physique

[12] **D. Charreh et al.** ont étudié explore les phénomènes d'écoulement des fluides, de transfert de chaleur et de génération d'entropie lors de la convection naturelle transitoire dans une cavité carrée remplie d'un milieu poreux saturé non-Darcy, avec des effets de dissipation et de rayonnement thermique. Les équations régissant les écoulements et le transfert de chaleur, ainsi que les conditions initiales et aux limites correspondantes dans le milieu poreux, sont résolues à l'aide de la méthode implicite directe alternative (ADI). L'impact des paramètres adimensionnels sur l'écoulement et l'effet thermique, incluant la génération d'entropie, ainsi que les cas d'interaction entre la structure du fluide, sont discutés. Les simulations ont été effectuées pour différentes plages de paramètres adimensionnels : le Nombre de Grashof ( $103 \leq Gr \leq 107$ ), le Nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ), le Nombre d'Eckert ( $0 \leq Ec \leq 5 \times 10^{-5}$ ), la résistance de Forschheimer ( $0 \leq \Gamma, \gamma \leq 10$ ), le paramètre de rayonnement ( $0 \leq Rd \leq 5$ ), et le nombre de Prandtl ( $0 \leq Pr \leq 10$ ). Les résultats numériques obtenus dans cette étude sont en excellent accord avec les travaux précédents. Selon les simulations, les zones les plus importantes de génération d'entropie sont le mur supérieur droit et la base du mur chauffé. De plus, lorsque la résistance de Forschheimer augmente, le débit, le transfert de chaleur et la production d'entropie diminuent. En diminuant le nombre de Prandtl à  $Ra = 10^5$ , la force de flottabilité prend le contrôle des champs d'écoulement lorsque la résistance du milieu poreux diminue, entraînant un renforcement de l'écoulement du fluide.



**Figure 1.5 :** Schéma pour le modèle physique.

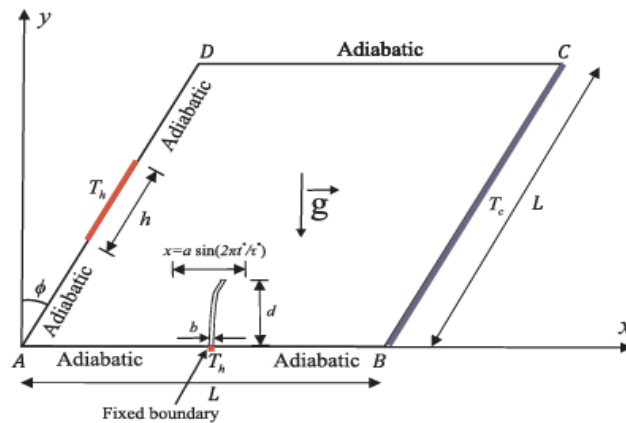
[13] **Zhen Tian et al.** ont étudié améliorer le transfert de chaleur par convection naturelle d'une cavité dans le domaine de la conversion photothermique et du refroidissement des composants électroniques, de nouvelles cavités sinusoïdales ont été conçues. Les caractéristiques de transfert de chaleur des nano fluides Fe O dans ces nouvelles cavités ont été examinées expérimentalement. L'étude a porté sur l'impact de trois amplitudes ( $A=1$  mm,  $A=2$  mm,  $A=3$  mm) et de trois nombres d'ondes ( $n = 1$ ,  $n = 2$ ,  $n = 3$ ), ainsi que sur quatre fractions massiques ( $w t\%=0,0\%$ ,  $w t\%=0,1\%$ ,  $w t\%=0,3\%$ ,  $w t\%=0,5\%$ ) et quatre puissances de chauffage ( $Q=10$  W,  $Q=15$  W,  $Q=20$  W,  $Q=25$  W) sur le comportement du transfert de chaleur. Les résultats ont démontré que lorsque l'amplitude est de  $A=3$  mm et le nombre d'onde est de  $n = 2$ , le nombre de Nusselt atteint son maximum, indiquant que la cavité d'échange thermique présente la meilleure performance en termes de transfert de chaleur. De plus, le nombre de Nusselt augmente avec la fraction massique des nanofluides et la puissance de chauffage. Ces conclusions offrent des indications cruciales pour la conception de cavités dans le domaine de la conversion photothermique et du refroidissement des composants électroniques.



**Figure 1.6 :** La voie de préparation des nanofluides.

**[14] Hossam A. Nabwey et al .** ont étudié l'introduction de nanofluides hybrides est une notion importante dans plusieurs applications d'ingénierie et industrielles. Elle est utilisée de manière significative dans diverses applications d'ingénierie, telles que la faible perte de pression, une plage d'absorption plus large, le refroidissement de générateurs, une bonne conductivité thermique, le refroidissement des systèmes nucléaires, les échangeurs de chaleur. Le présent modèle décrit l'écoulement de convection libre MHD instationnaire dans une enceinte perméable ondulée inclinée en utilisant un nanofluide hybride (oxyde d'aluminium/eau-cuivre) contenant un obstacle carré avec les effets du rayonnement et de la génération/d'absorption de chaleur. L'écoulement est entraîné par la poussée de flottabilité et est soumis au rayonnement thermique ( $Rd$ ) et à un champ magnétique angulaire constant ( $B_0$ ). Le mur gauche de la cavité est partiellement chauffé et refroidi par le mur droit ondulé, tandis que les autres côtés sont adiabatiques et contiennent un bloc solide carré. Une technique de différences finies numériques est utilisée pour résoudre les EDP gouvernantes formulées en fonction de la fonction de courant, de la température et de la fraction volumique de nanoparticules. Les résultats obtenus sont validés avec des études numériques précédentes. Les paramètres étudiés dans cette étude sont discutés comme l'angle d'inclinaison  $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ , la longueur sans dimension de la source de chaleur ( $0.2 \leq B \leq 0.8$ ), la porosité du milieu poreux  $0.1 \leq \varepsilon \leq 0.9$ , l'emplacement sans dimension du radiateur gauche ( $0.3 \leq D \leq 0.7$ ), la génération de chaleur  $2 \leq Q \leq 62$ , la fraction volumique des nanoparticules ( $0.01 \leq u \leq 0.02$ ), le rayonnement thermique  $0 \leq Rd \leq 10$ , et le nombre de Hartmann  $Ha \leq 100$ . Les résultats montrent que l'amélioration de la porosité augmente le nombre de Nusselt moyen; cependant, le taux d'augmentation est plus élevé aux emplacements de flux de chaleur plus élevés. Le nombre de Nusselt moyen augmente lorsque la fraction volumique des nanoparticules augmente dans  $Rd$ . La distribution des lignes isothermes est légèrement réduite pour une valeur plus élevée du nombre de Hartmann. L'écoulement de nanofluide hybride naturellement convectif dans une cavité carrée poreuse ondulée combinée à une source/de puits de chaleur joue un rôle vital dans divers processus d'ingénierie et industriels tels que les collecteurs solaires, les machines électriques, la construction d'abris et de combles.

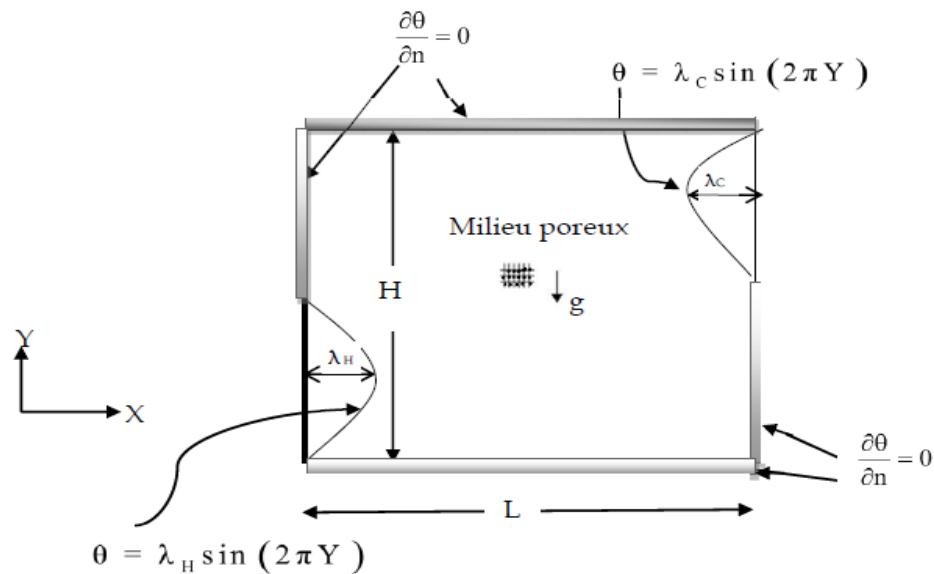




**Figure 1.8 :** Modèle physique de convection dans une cavité oblique avec une ailette flexible oscillante et système de coordonnées.

[16] **Hassinet Liamena** . Ont étudié numériquement, une étude de la convection naturelle laminaire a été menée dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux, en utilisant le modèle Darcy Brinkman. Les conditions de convection ont été instaurées en imposant des températures aux limites des parois rigides et imperméables de la cavité. L'impact du nombre de Rayleigh ( $Ra$ ), du nombre de Darcy ( $Da$ ) et du rapport de conductivité sur la distribution et le taux de transfert de chaleur a été examiné. Les températures présentent des profils sinusoidaux avec diverses amplitudes  $\lambda H$  pour le chauffage et  $\lambda C$  pour le refroidissement. Ce problème a été analysé pour différentes valeurs de  $Ra$ , le paramètre de forme ( $Ar$ ) et les amplitudes des fonctions sinusoidales de température ( $0,25 \leq \lambda H \leq 1,0$  et  $0 \leq \lambda C \leq 1,0$ )

Les résultats numériques obtenus mettent en évidence que le transfert de chaleur est principalement attribuable à la conduction lorsque  $Ra \leq 104$ . Le régime de transfert de chaleur par conduction est également prédominant pour de faibles amplitudes des fonctions sinusoidales de température ( $\lambda H$  et  $\lambda C \leq 0,5$ ).



**Figure 1.9:** cavité chauffée et refroidie par des températures sinusoïdales

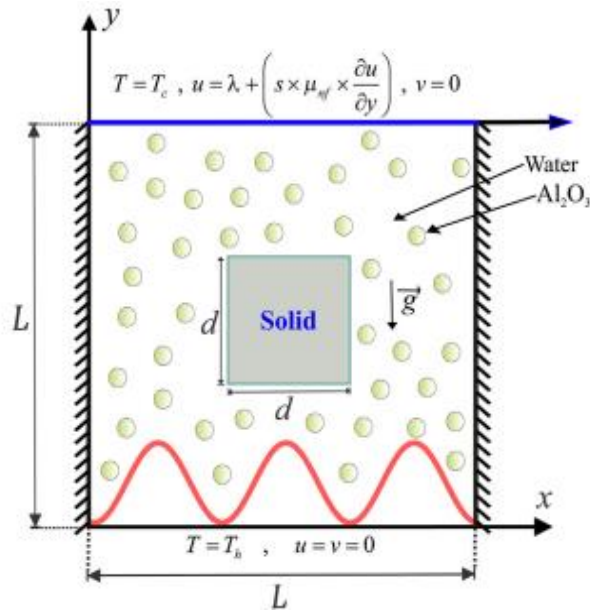
- **Nous donnons des exemples d'études antérieures en convection mixte :**

[17] **Ammar I. Alsabery et al.** ont étudié les systèmes thermofluidiques, la chambre carrée à couvercle entraîné joue un rôle crucial dans l'étude des lois de la thermodynamique, notamment dans les cas de volume limité causés par des effets de cisaillement. Cela est particulièrement important dans diverses applications industrielles telles que le refroidissement électronique, les échangeurs de chaleur, les composants microfluidiques, les collecteurs solaires et les énergies renouvelables. Bien que les nanofluides aient montré un potentiel pour améliorer le transfert de chaleur dans ces systèmes, des préoccupations persistent concernant les problèmes d'irréversibilité.

Pour remédier à ces préoccupations, cette étude se concentre sur l'analyse de la convection mixte laminaire et de la génération d'entropie d'un nanofluide à base d'oxyde d'aluminium à l'intérieur d'une cavité ondulée entraînée par un couvercle, avec un solide conducteur interne, en présence d'un glissement partiel sur la surface supérieure. Cette configuration, à notre connaissance, n'a pas encore été explorée. Les équations fondamentales sont rendues adimensionnelles et résolues numériquement à l'aide de la méthode des résidus pondérés de Galerkin FEM, avec les conditions aux limites appropriées.

Les résultats de l'étude mettent en évidence l'efficacité accrue du glissement partiel lorsque les irréversibilités dues au frottement dominant la cavité. En présence de ce glissement, la circulation de l'écoulement modifie la distribution à l'intérieur de la cavité, entraînant une diminution significative des lignes isentropiques dans les zones denses, jusqu'à 30% de moins par rapport aux

conditions sans glissement. Il est également observé que le glissement partiel affecte différemment l'interface du nombre de Nusselt local le long de la paroi ondulée, améliorant le nombre de Nusselt moyen dans les régions où les irréversibilités dues au frottement sont élevées.



**Figure 1.10** : Le standard physique dans la cavité avec l'obstruction interne solide et le système de coordonnées.

[18] **Gnanasekaran et A Satheesh.** ont étudié numérique se penche sur l'impact d'un champ magnétique et d'une source thermo-solutale discrète sur la convection mixte double-diffusive stationnaire dans une cavité à double paroi contenant un alliage liquide de potassium, en utilisant la méthode des volumes finis. La source thermo-solutale discrète est placée sur la paroi gauche de la cavité, avec trois emplacements examinés dans trois scénarios distincts. À l'inverse, la paroi verticale droite est maintenue à une température et une concentration basses, tandis que le reste de l'enceinte est adiabatique. L'étude explore les effets de divers paramètres, notamment le nombre de Reynolds ( $102 \leq Re \leq 103$ ), le nombre de Hartmann ( $0 \leq Ha \leq 50$ ), le nombre de Lewis ( $1,0 \leq Le \leq 10,0$ ), et l'emplacement de la source ( $0 \leq \eta \leq 1,0$ ). Le nombre de Prandtl ( $Pr = 0,054$ ) et la longueur de la source ( $0,2L$ ) restent constants. Les résultats révèlent que les taux de transfert de chaleur et de masse augmentent avec le nombre de Reynolds mais diminuent avec le nombre de Hartmann. Une augmentation de  $Le$  entraîne une réduction du transfert de chaleur mais une augmentation du transfert de masse. En diminuant  $\eta$  de 0,8 à 0, la proximité des sources correspondantes renforce les effets thermiques et solutaux, entraînant une hausse des taux de transfert de chaleur et de masse. De plus, une corrélation empirique est établie pour le nombre de Nusselt moyen ( $Nu_{avg}$ ) et le nombre de Sherwood moyen ( $Sh_{avg}$ )

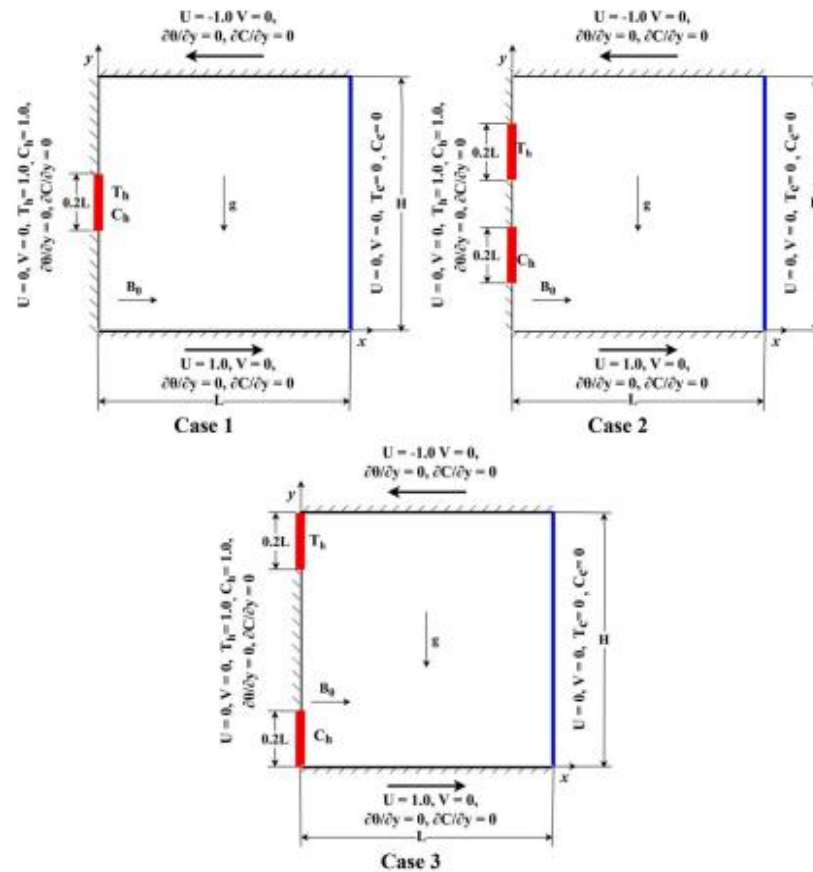
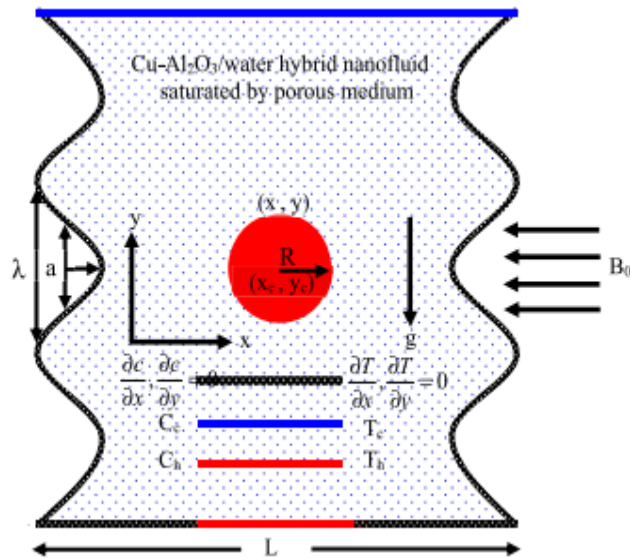


Figure 1.11 : Modèle physique avec conditions aux limites

[19] Rowsanara Akhter et al . ont étudié, explore l'impact du transfert de chaleur mixte convectif généré par une surface rotative sur l'efficacité de refroidissement des équipements de génie thermique. On se penche notamment sur la convection mixte double diffusive hydromagnétique dans une cavité poreuse ondulée remplie d'un nanofluides hybride. Une source de chaleur cylindrique solide et rotative est placée au centre de la cavité, chauffant le fluide à l'intérieur ainsi que le fond de la paroi partiellement chauffé. Les simulations numériques des équations aux dérivées partielles sont effectuées en utilisant la méthode des éléments finis, et les résultats montrent une influence significative de la source de chaleur rotative sur la circulation des lignes de courant, les isothermes et la génération d'entropie locale. La vitesse d'écoulement augmente rapidement avec la vitesse de rotation du cylindre, avec une maximisation observée avec l'augmentation de la porosité et de la perméabilité de la cavité, et une minimisation avec l'impact du champ magnétique et l'utilisation de nanoparticules hybrides. L'amélioration du transfert de chaleur varie en fonction du nombre de Darcy et de la présence du champ magnétique. En outre, l'étude met en lumière une amélioration significative du transfert de chaleur dans les nanofluides hybrides par rapport à l'eau fluide de base. Ces résultats ont des implications importantes pour l'optimisation de l'écoulement de fluide et du transfert de chaleur, avec des

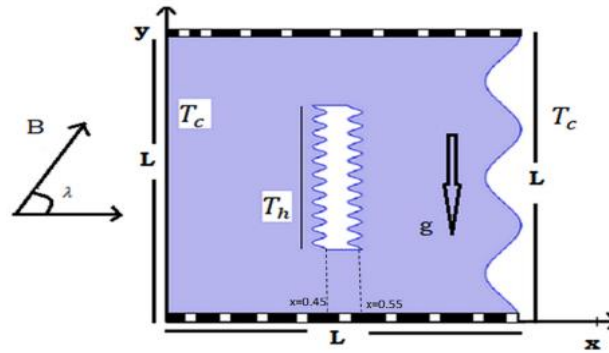


applications potentielles dans divers domaines de l'ingénierie thermique, notamment les échangeurs de chaleur, le refroidissement électronique, les systèmes de stockage d'énergie et les technologies solaires.



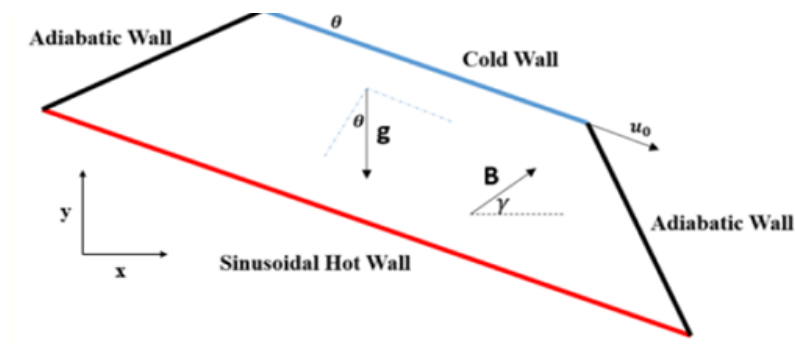
**Figure 1.12 :** Modèle physique de l'étude actuelle.

[20] **Sohail Nadeem et al .** ont étudié le texte parle de l'étude numérique d'un flux de convection mixte stable dans une cavité carrée ondulée contenant des tiges chauffées. Les parois verticales sont maintenues à température constante, tandis que les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques. La conductivité thermique est calculée par des méthodes d'éléments finis de Galerkin, avec une discrétisation en petites portions triangulaires. Les effets sur la température et les lignes de courant sont étudiés pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh, Hartmann et d'ondulations, ainsi que pour des amplitudes sans dimension fixe. Le flux reste stable pour des valeurs spécifiques de ces paramètres. La convection mixte trouve des applications dans divers domaines tels que le refroidissement des gadgets électroniques, les isolants à haute performance, les structures de protection pour les réacteurs nucléaires, le traitement des aliments, la production de verre flotté et les fours. De nombreuses études ont été menées sur ce sujet, couvrant différentes configurations de cavité, différents fluides et gradients de température forcée.



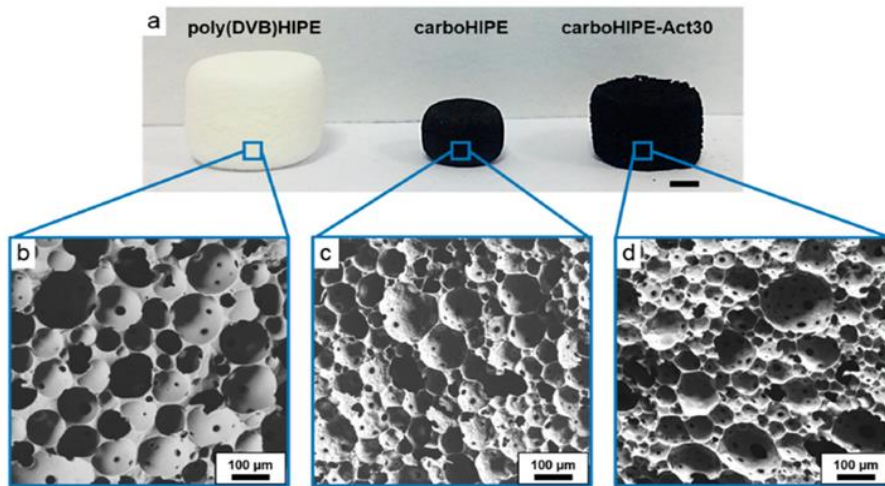
**Figure 1.13 :** La géométrie d'un problème physique.

[21] **Nemat Ebrahimi et al .** ont étudié la méthode de Boltzmann sur réseau est employée pour explorer la convection mixte des nanofluides à l'intérieur d'une cavité trapézoïdale inclinée en présence d'un champ magnétique dans diverses directions. Les parois de la cavité de forme trapézoïdale sont adiabatiques, avec la paroi supérieure mobile étant froide et la paroi inférieure chauffée de manière sinusoïdale. Les fonctions de distribution de température et de flux sont utilisées dans les simulations pour calculer tous les paramètres liés aux champs de flux et de température. Les effets de différents nombres de Rayleigh ( $Ra = 10^3, 10^4 = 0,1, 1$  et  $10$ ), des angles d'inclinaison de la cavité ( $\theta = 0^\circ-90^\circ$  et  $10^5$ ), des nombres de Richardson ( $Ri$ ), des fractions volumiques de nanoparticules ( $\phi = 0-3$  pour cent), de l'intensité du champ magnétique ( $Ha = 0-100$ ), et de l'angle du champ magnétique appliqué ( $\gamma = 0^\circ-90^\circ$ ) sur le transfert de chaleur, les lignes de courant, les lignes isothermes et le nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude ont été examinés. Selon les résultats, le transfert de chaleur s'améliore avec un nombre de Rayleigh plus élevé et un nombre de Richardson plus faible. En conséquence, augmenter la fraction volumique de nanoparticules tout en maintenant toutes les autres variables constantes conduit à un nombre de Nusselt moyen plus élevé. En réduisant la vitesse d'écoulement à l'intérieur de la cavité, le transfert de chaleur diminue lorsque le nombre de Hartmann est augmenté. La modification de l'inclinaison de la cavité et de l'angle du champ magnétique a également un effet sur l'écoulement et le transfert de chaleur. L'application d'un champ magnétique a un impact plus prononcé sur la conduction de chaleur ; bien que l'effet de le faire à  $Ra=10^3$  soit comparable à 1 % (lorsque  $Ha=100$  est utilisé), pour  $Ra=10^4$  et  $10^5$ , respectivement 44 %. Lorsque le nombre de Hartmann est augmenté de 0 à 100, le  $Nu_{avg}$ , il est équivalent à 17 % et diminue de 20 à 5 (une réduction de 4 %) dans le cas de  $Ri=0,1, 1$  et  $10$ .



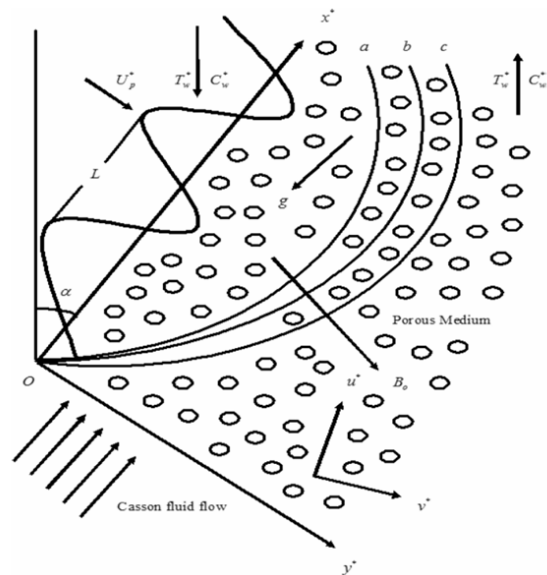
**Figure 1.14 :** Géométrie du problème.

[22] **Mohammad Hemmat Esfe et al** . ont étudié le transfert de chaleur par convection est un des mécanismes primordiaux d'échange thermique dans de nombreux équipements industriels, englobant une grande partie des domaines liés à l'énergie. En offrant des surfaces importantes et en intensifiant le mélange des flux, les milieux poreux peuvent accroître le transfert de chaleur par convection dans diverses applications. Par ailleurs, les suspensions contenant des nanoparticules, appelées nanofluides, améliorent considérablement la conductivité thermique des liquides. Par conséquent, l'utilisation conjointe de nanofluides et de matériaux poreux peut significativement améliorer les performances de divers équipements thermiques. Cet article examine les recherches menées sur le transfert de chaleur par convection des nanofluides dans des contextes impliquant des milieux poreux. À cet effet, trois processus distincts de transfert de chaleur par convection, comprenant les mécanismes de convection naturelle, forcée et mixte, sont pris en compte. Dans de nombreuses configurations, une concentration optimale de nanoparticules est observée dans les systèmes thermiques. Pour les trois types de transfert de chaleur par convection, le nombre de Nusselt est amélioré par l'augmentation du nombre de Darcy. Dans les processus de convection libre et mixte, l'augmentation de la force de flottabilité diminue souvent le taux de transfert de chaleur. Pour la convection naturelle, le nombre de Nusselt présente une relation inverse avec la porosité. En ce qui concerne l'utilisation de nanofluides dans les milieux poreux, la plupart des études ont recours à des approches numériques ou analytiques, et les recherches expérimentales dans ce domaine sont très limitées. En plus d'analyser le comportement des nanofluides dans les milieux poreux, différents modèles de régime d'écoulement et mécanismes de transfert de chaleur sont étudiés individuellement, ce qui manque dans la littérature existante.



**Figure 1.15** : Quelques exemples de matériaux poreux à base de carbone.

[23] **D.V. Krishna Prasad et al.** ont étudié l'objectif de ce document de recherche est d'examiner l'impact de la diffusion thermique (soret) sur l'écoulement de convection mixte magnétohydrodynamique instationnaire à travers une plaque ondulée verticale accélérée intégrée dans un milieu poreux de Darcy. Les équations aux dérivées partielles non linéaires fondamentales, associées à des conditions limites appropriées, régissent le problème d'écoulement. Une technique d'éléments finis efficace, stable et offrant une excellente convergence ainsi qu'une grande adaptabilité pour traiter les systèmes couplés d'équations différentielles ordinaires et partielles est employée pour obtenir des solutions numériques à ces équations aux dérivées partielles. Les résultats graphiques des champs de vitesse, de température et de concentration sont discutés et présentés. Les effets des paramètres émergents sur la friction à la paroi sont évalués à l'aide de tests paramétriques exhaustifs. Les coefficients de transfert de chaleur et de masse sont représentés graphiquement et analysés. Les résultats concordent avec un cas particulier d'un travail antérieurement publié. D'après l'analyse actuelle, il est observé que la présence de l'angle d'inclinaison a un effet retardateur sur la vitesse. La vitesse diminue avec l'augmentation du paramètre du champ magnétique, tandis que les nombres de Dufour et de Soret augmentent avec ce même paramètre, et que le champ de concentration diminue lorsque le nombre de Schmidt augmente. Par ailleurs, le champ de température diminue avec l'augmentation du nombre de Prandtl et du nombre de Dufour.



**Figure 1.16 :** La représentation physique et le système de coordonnées du problème.

## 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté :

- Des notions sur le transfert de chaleur.
- Des définitions sur les milieux poreux.
- Les paramètres et les caractérisations et les modèles d'écoulement en milieu poreux.
- La modélisation des transferts thermiques en milieu poreux.
- Une recherche bibliographique.

La géométrie et le modèle mathématique gouvernent notre phénomène physique est l'objectif du prochain chapitre.

## **Chapitre 2**

# **Formulation Mathématique**

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, on a présenté la géométrie considérée et les conditions aux limites appropriées, ainsi que les équations modélisant le problème traité dans ce mémoire.

Ces équations mettent en évidence le comportement des écoulements et des transferts dans les milieux poreux en convection mixte. Elles sont basées selon les lois physiques de conservation de masse (continuité), de quantité de mouvement (Navier-Stokes) et d'énergie.

## 2.2 Modèle physique

La configuration à étudier et les conditions aux limites appropriées sont illustrées dans la Figures (2.1).

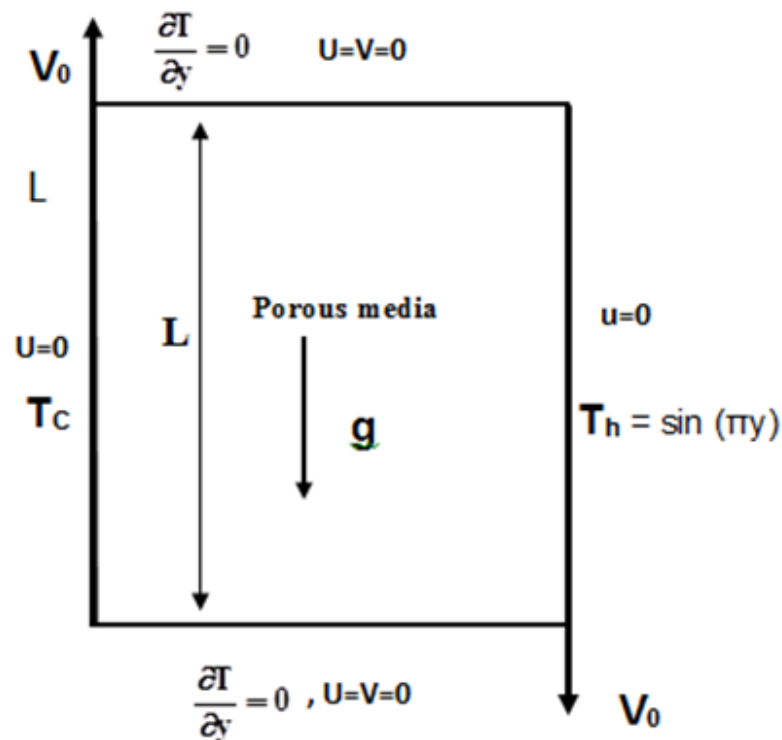


Figure 0.1: La configuration à étudier

## 2.3 Hypothèses

Les hypothèses retenues dans notre étude sont les suivantes :

- L'écoulement est stationnaire.
- La matrice poreuse est isotrope et homogène.
- Le fluide saturant le milieu poreux est newtonien et incompressible.
- L'écoulement engendré est laminaire et bidimensionnel.
- Les dissipations visqueuses et le transfert de chaleur par rayonnement sont négligeables.

Les propriétés physiques du fluide, excepté la densité, sont supposées constantes et évaluées à une température de référence. La densité est considérée comme constante dans tous les termes des équations de transfert sauf dans le terme gravitationnel, elle varie linéairement avec la température selon l'approximation de Boussinesq.

$$(\rho - \rho_0) \mathbf{g} = -\rho_0 \mathbf{g} \beta (T - T_0)$$

Où  $\rho_0$  est la masse volumique de référence et  $\beta$  représentent le coefficient d'expansion thermique à pression constante.

## 2.4 Equations sous forme dimensionnelle

Les équations régissant l'écoulement et le transfert thermique dans la structure représentée par la figure 2.1 rapportées à un système de coordonnées cartésiennes sont données par :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$



- **Equation de la quantité de mouvement :**

**Suivant x :**

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\nu}{K} u \quad (2.2)$$

**Suivant y :**

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\nu}{K} v + g \beta (T - T_c) \quad (2.3)$$

- **Equation d'énergie :**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

avec  $\alpha_m$  est la diffusivité thermique moyenne et  $k_{eff}$  est la conductivité thermique globale du milieu poreux :

$$\alpha_m = \frac{k_{eff}}{(\rho c_p)_f}, \quad k_{eff} = (1 - \varepsilon) k_s + \varepsilon k_f$$

## 2.5 Conditions aux limites sous forme dimensionnelle

- **Conditions aux limites :**

Sur les parois actives les températures sont :

$$x = 0, \quad 0 \leq y \leq L : \quad T = T_c \quad (2.5)$$

$$x = L, \quad 0 \leq y \leq L : \quad T = \sin \pi y$$

Les murs horizontaux sont adiabatiques et sont en mouvement opposé, tandis que les vitesses des murs verticales sont nulles.

$$u = 0, v = V_0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } u = 0, v = -V_0 \text{ pour } x = L$$

$$u = v = 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et } y = L \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

## 2.6 Equations sous forme adimensionnelle

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.7)$$

- **Equation de la quantité du mouvement :**

**Suivant X:**

$$\left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \varepsilon^2 \frac{1}{\text{ReDa}} U \quad (2.8)$$

**Suivant Y :**

$$\left( U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon^2}{\text{ReDa}} V + \varepsilon^2 \text{Ri} \theta \quad (2.9)$$

- **Equation d'énergie :**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad P = \frac{\varepsilon^2 p}{\rho U_0^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \\
 Da &= \frac{K}{L^2}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ri = \frac{Gr}{Re^2}, \quad Re = \frac{U_0 L}{\nu}, \quad Gr = \frac{g \beta (T_h - T_c) L^3}{\nu^2}
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

## 2.7 Conditions aux limites sous forme adimensionnelle

### ▪ Conditions aux limites

Sur les parois verticales les températures sont:

$$X = 0, \quad 0 \leq Y \leq 1: \quad \theta = 0
 \tag{2.12}$$

$$X = 1, \quad 0 \leq Y \leq 1: \quad \theta = \sin \pi Y$$

Les murs horizontaux sont adiabatiques et sont en mouvement opposé, tandis que les vitesses des murs verticales sont nulles.

$$U = 0, \quad V = 1 \text{ pour } X = 0 \text{ et } U = 0, \quad V = -1 \text{ pour } X = 1
 \tag{2.13}$$

$$U = V = 0 \text{ pour } Y = 0 \text{ et } Y = 1$$

Sur le reste des parois :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0
 \tag{2.14}$$

## 2.8 La Forme Générale des Equations de Conservation

Toutes les équations qui contrôlent ce problème, nous les collectons sous la forme conservative suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial X}(\mathbf{U}\Phi) + \frac{\partial}{\partial Y}(\mathbf{V}\Phi)}_1 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial X}\left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y}\right)}_2 + \underbrace{\mathbf{S}_\Phi}_3
 \tag{2.15}$$

(1) représente le terme de transport de  $\Phi$  par convection.

(2) représente la diffusion de  $\Phi$ .

(3) représente le terme source.  $S_\Phi$

Le tableau (2.1) suivant collecté les expressions de la variable dépendante  $\Phi$ , du coefficient de diffusion  $\Gamma$  et du terme source  $S_\Phi$

**Tableau 0-1:** Présentation des différentes quantités transportées et leurs termes de transport

| Equation                         | $\Phi$   | $\Gamma$                | $S_\Phi$   |
|----------------------------------|----------|-------------------------|--|
| Continuité                       | 1        | 0                       | 0  |
| Quantité de mouvement suivant OX | U        | $\varepsilon / Re$      | $-\frac{\partial P}{\partial X} - \varepsilon^2 \frac{1}{Re Da} U$                           |
| Quantité de mouvement suivant OY | V        | $\varepsilon / Re$      | $-\frac{\partial P}{\partial Y} - \varepsilon^2 \frac{1}{Re Da} V + \varepsilon^2 Ri \theta$ |
| Energie                          | $\theta$ | $\frac{1}{Re \cdot Pr}$ | 0  |

## 2.9 Calcul du nombre de Nusselt

Dans le domaine de l'ingénierie, la connaissance des quantités de chaleur, échangées ou transférées, est d'un intérêt évident pour le dimensionnement des systèmes sièges d'échanges thermiques. Le groupement adimensionnel traduisant ces échanges est le nombre de Nusselt.

Le nombre de Nusselt est utilisé comme outil pour déterminer le rapport du transfert de chaleur par convection au transfert de chaleur par conduction dans l'enceinte poreuse.

Les quantités physiques d'intérêt dans notre étude sont les nombres locaux et moyens de Nusselt, qui sont donnés par :

$$\text{Nu} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\text{paroi}} \quad (2.16)$$

Nu est le nombre local de Nusselt

$$\text{Nu} = \int_0^{\text{Ar}/2} \text{Nu} \times dY \quad (2.17)$$

Nu est le nombre de Nusselt moyen.

Les paramètres de contrôle du problème sont définis comme suit :

### 2.9.1 Nombre de Richardson

Le nombre de Richardson est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser les phénomènes de mélange dans un écoulement. Il mesure l'importance de la convection naturelle par rapport à la convection forcée et joue un rôle important pour déterminer le mode de convection. Les trois différents régimes d'écoulement convectif, à savoir la convection forcée, la convection mixte et la convection naturelle sont analysés avec  $Ri < 1$ ;  $Ri = 1$  et  $Ri > 1$  respectivement

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (2.18)$$

$$Gr = \frac{g \beta (T_h - T_c) L^3}{\nu^2} \quad (2.19)$$

### 2.10 Lignes de courant

La formulation en variable  $\psi$  permet le traçage direct des courbes caractérisées par  $\psi$  égale à une constante. Cette dernière caractérise les lignes de courant qui apportent de précieuses informations.

Les composantes de la vitesse adimensionnelle sont liées à la fonction de courant par :

$$\mathbf{U} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \mathbf{V} = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.20)$$

## 2.11 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le modèle physique considéré ainsi que les équations qui régissent le phénomène de la convection mixte en régime laminaire et stationnaire, dans un milieu poreux saturé et confiné dans une cavité carée, avec des conditions aux limites thermiques appropriées au problème considéré.

# **CHAPITRE 3**

## **Modèle Numérique**

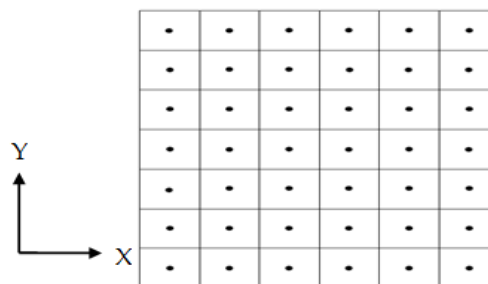
### 3.1 Introduction

Les équations présentées dans le chapitre 2 peuvent être abordées numériquement en les discrétisant, les transformant ainsi en un système d'équations algébriques linéaires. Ce système peut ensuite être résolu en utilisant soit des méthodes directes soit des méthodes itératives.

### 3.2 Maillage

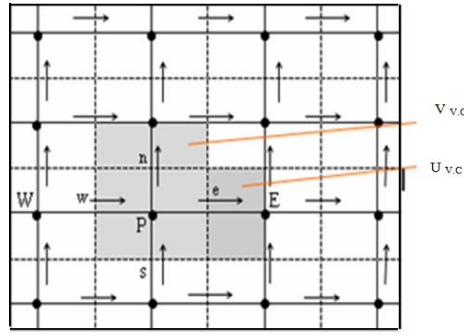
Le domaine physique est discrétisé en un domaine de calcul suivant un maillage intercalé, dans les deux directions, horizontale et verticale, figure 3.1.

Le maillage intercalé, également connu sous le nom de "staggered grid", implique le stockage des variables dépendantes scalaires telles que la pression et la température aux nœuds centraux 'P' du maillage, tandis que les variables dépendantes vectorielles comme les composantes de vitesse  $U$  et  $V$  sont stockées aux faces des volumes de contrôle, c'est-à-dire au milieu des segments reliant les nœuds, comme illustré dans la figure 3.2. Ce type de maillage offre une meilleure estimation des flux convectifs et une précision accrue dans l'évaluation de la force de pression dans l'équation de quantité de mouvement. De plus, les frontières du domaine correspondent aux faces des volumes de contrôle, ce qui simplifie l'implémentation des conditions aux limites.



**Figure 0.2:** Discrétisation du domaine de calcul.





**Figure 0.3:** Stockage des variables scalaires et des composantes de vitesse

- : La variable scalaire P stockée aux nœuds du maillage.

→ : La vitesse U stockée sur la face est du volume de contrôle associée à la variable scalaire.

↑ : La vitesse stockée sur la face nord du volume de contrôle associée à la variable scalaire.

### 3.3 Discrétisation des équations de transport

L'équation généralisée de transport d'une variable indépendante  $\phi$  c'écrite de la manière suivante

$$A_{\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left( U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( V \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) = S_{\phi} \quad (3.1)$$

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (3.1) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle.

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \left( A_{\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left( U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( V \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) \right) dx dy dt}_{|} = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e S_{\phi} dx dy dt}_{||} \quad (3.2)$$

Pour pouvoir approximer l'équation (3.2) sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variation de la variable généralisée  $\Phi$  est linéaire entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- Les composantes de vitesse U et V dans les deux directions sont évalués sur chaque face du volume de contrôle.

### 3.3.1 Intégration du flux total

L'intégration du terme I (terme convectif et diffusif) de l'équation (3.2) pour tout le volume de contrôle est sous la forme :

$$I = (\Phi_p^{n+1} - \Phi_p^n) A_\Phi \Delta v + (J_e \cdot a_e - J_w \cdot a_w) \Delta t + (J_n \cdot a_n - J_s \cdot a_s) \Delta t \quad (3.3)$$

Sachant que les grandeurs,  $a_e, a_w, a_n, a_s$  représentent respectivement les aires est, ouest, nord et sud des faces du volume de contrôle associées à la variable généralisée  $\Phi$ .

$$\left. \begin{aligned} a_e &= \int_s^n (dy)_e \\ a_w &= \int_s^n (dy)_w \\ a_n &= \int_w^e (dX)_n \\ a_s &= \int_w^e (dX)_s \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Les termes  $J_e, J_w, J_n, J_s$  sont les flux traversant les faces est, ouest, nord, et sud de volume de contrôle. Ces flux s'expriment comme suit :

$$\left. \begin{aligned} J_e &= (U\Phi)_e - \left( \Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_e \\ J_w &= (U\Phi)_w - \left( \Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_w \\ J_n &= (V\Phi)_n - \left( \Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_n \\ J_s &= (V\Phi)_s - \left( \Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_s \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

### 3.3.2 Intégration du terme source

L'intégration du terme II (terme de la source) de l'équation (3.2) pour tout le volume de contrôle est sous la forme :

$$\Pi = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^n S_\Phi dx dy dt = \bar{S}_\Phi \Delta V \Delta t \quad (3.6)$$

La formule de linéarisation pour linéaires ce terme source peut s'écrire comme suit :

$$\bar{S}_\Phi = ( S_c + S_p \Phi_p ) \quad (3.7)$$

Où  $S_c$  est la partie constante qui ne dépend pas de  $\Phi_p$ , et  $S_p$  est le coefficient de  $\Phi_p$ .

Donc l'équation (3.2) peut s'écrire sous la forme suivant :

$$(\Phi_p^{n+1} - \Phi_p^n) A_\Phi \Delta v + (J_e \cdot a_e - J_w \cdot a_w) \Delta t + (J_n \cdot a_n - J_s \cdot a_s) \Delta t = \bar{S}_\Phi \Delta V \Delta t \quad (3.8)$$

### 3.4 Discrétisation de l'équation de continuité

Pour  $\Phi_p = 1$  et  $\bar{s}_\Phi = 0$  l'équation (3.6) devient :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.9)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= (ua)_e \\ F_w &= (ua)_w \\ F_n &= (va)_n \\ F_s &= (va)_s \end{aligned} \right\}$$

$F_e$ ,  $F_w$ ,  $F_n$  et  $F_s$  sont les flux convectifs à travers les faces, e, w, n et s du volume de contrôle.

### 3.5 Discrétisation finale des équations de conservation

En multipliant l'équation (3.9) par  $\Phi_p^{n+1}$  et en la soustrayant de l'équation(3.8) on obtient :

$$\begin{aligned} & \frac{A_\Phi \Delta V}{\Delta t} (\Phi_p^{n+1} - \Phi_p^n) + (J_e \cdot a_e - F_e \Phi_p^{n+1}) - (J_w \cdot a_w - F_w \Phi_p^{n+1}) + \\ & (J_n \cdot a_n - F_n \Phi_p^{n+1}) - (J_s \cdot a_s - F_s \Phi_p^{n+1}) = \bar{S}_\Phi \Delta V \end{aligned} \quad (3.10)$$

A partir de l'équation (3.10) toutes les équations de conservation peuvent être mise sous la forme :

$$A_P \Phi_P^{n+1} = A_E \Phi_E^{n+1} + A_W \Phi_W^{n+1} + A_N \Phi_N^{n+1} + A_S \Phi_S^{n+1} + S \quad (3.11)$$

Où l'exposant (n+1) désigne l'instant (t+Δt).

$$\left. \begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_P^n - S_P \Delta V \quad (3.12.a)$$

$$A_P^n = \frac{A_\Phi \Delta V}{\Delta t} \quad (3.12.b)$$

Avec  $A_P$ ,  $A_E$ ,  $A_W$ ,  $A_N$  et  $A_S$  sont respectivement les coefficients correspondants aux nœuds : Central (point P), Est, Ouest, Nord et Sud du volume de contrôle. Les coefficients de diffusion  $D_i$  (e, w, n, s) sont donnés sous cette forme :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \Gamma_e \frac{a_e}{(\delta x)_e} \\ D_n &= \Gamma_n \frac{a_n}{(\delta y)_n} \\ D_w &= \Gamma_w \frac{a_w}{(\delta x)_w} \\ D_s &= \Gamma_s \frac{a_s}{(\delta y)_s} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Les nombres de Peclet  $P_i$  ( $i = e, w, n, s$ ) sont définis par :

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ P_s &= \frac{F_s}{D_s} \\ P_n &= \frac{F_n}{D_n} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

### 3.5.1 Schémas de discrétisation

Après intégration des équations, un schéma de discrétisation doit être choisi pour approximer la variable généralisée  $\Phi$  sur les interfaces du volume de contrôle. Le schéma de discrétisation choisi, la fonction  $A(|P_i|)$ . Il existe différents schémas de discrétisation proposés par **Patankar [18]**. Les schémas les plus utilisés sont :

- Schéma aux différences centrées  $A(|P_i|) = 1 - 0.5|P_i|$
  - Schéma Upwind  $A(|P_i|) = 1$
  - Schéma Hybrid  $A(|P_i|) = \max(0.1 - 0.5|P_i|)$
  - Schéma Power-law  $A(|P_i|) = \max[0, (1 - 0.1|P_i|)^5]$
  - Schéma exponentiel  $A(|P_i|) = \frac{|P_i|}{\exp|P_i| - 1}$
- (3.15)

Notre choix a été fixé sur le schéma Upwind qui est appliqué pour les écoulements convective suivant le sens d'écoulement, le schéma Upwind affecte à la variable  $\Phi$  sur la face du volume de contrôle sa valeur sur le nœud en amont. Il est inconditionnellement stable **Ferziger [19]**.

### 3.5.2 Algorithme SIMPLE

Algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) a été adopté dans cette étude pour sa simplicité et son efficacité sur la stabilité de la solution.

L'idée générale de cet algorithme est de corriger la pression ainsi que les composantes de la vitesse afin que ces variables vérifiant les équations de quantité de mouvement et vérifiant également l'équation de continuité. Il en résulte un processus itératif qui est intégré au sein de la résolution générale des équations discrétisées.

Ceci est corrigé d'une manière continue en se référant aux résiduels de masses locales qui sont employés pour orienter le champ de pression vers le niveau correct. La stabilité de cet ordre itératif se base largement sur la rétention d'un couplage fort entre les perturbations dans le gradient de pression et les perturbations de vitesse.

L'équation de mouvements discrétisée :

$$\left. \begin{aligned} A_n U_n^* &= \sum A_i U_i^* + (P_p^* - P_n^*) a_n + b \\ A_s U_s^* &= \sum A_i U_i^* + (P_s^* - P_p^*) a_s + b \\ A_e V_e^* &= \sum A_i V_i^* + (P_p^* - P_e^*) a_e + b \\ A_w V_w^* &= \sum A_i V_i^* + (P_w^* - P_p^*) a_w + b \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

b : Contient tous les termes sources sauf ceux de la pression

i : Représente l'indice des points autour n, s, e, w.

L'indice \* sur U, V et P désigne que ces derniers sont obtenus en utilisant des champs estimés de vitesses et de pression.

Comme les vitesses obtenues des équations (3.16) ne satisfont pas l'équation de continuité pour chaque volume de contrôle, des corrections de pression P' et des vitesses, U', V' sont ensuite apportées à ces champs afin que les nouveaux champs P, U, V, soient les champs qui vérifient à la fois les équations de la quantité de mouvement et l'équation de continuité.

$$P = P^* + P' \quad , \quad U = U^* + U' \quad \text{et} \quad V = V^* + V' \quad (3.17)$$

Donc :

$$\left. \begin{aligned} U_n &= U_n^* + U'_n \\ U_s &= U_s^* + U'_s \\ V_e &= V_e^* + V'_e \\ V_w &= V_w^* + V'_w \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Ces nouvelles valeurs P, U, V, sont alors réintégréés dans les équations de la quantité de mouvement (3.19), ce qui permet d'obtenir :

$$\left. \begin{aligned} A_n (U_n^* + U'_n) &= \sum A_i (U_i^* + U'_i) + (P_p^* + P'_p - P_N^* - P'_N) a_n + b \\ A_s (U_s^* + U'_s) &= \sum A_i (U_i^* + U'_i) + (P_S^* + P'_S - P_P^* - P'_P) a_s + b \\ A_e (V_e^* + V'_e) &= \sum A_i (V_i^* + V'_i) + (P_P^* + P'_P - P_E^* - P'_E) a_e + b \\ A_w (V_w^* + V'_w) &= \sum A_i (V_i^* + V'_i) + (P_W^* + P'_W - P_P^* - P'_P) a_w + b \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

La soustraction des équations des valeurs estimées (3.16) de celles des valeurs corrigées (3.19) donne :

$$\left. \begin{aligned} A_n U'_n &= \sum A_i U'_i + (P'_p - P'_N) a_n \\ A_s U'_s &= \sum A_i U'_i + (P'_S - P'_P) a_s \\ A_e V'_e &= \sum A_i V'_i + (P'_P - P'_E) a_e \\ A_w V'_w &= \sum A_i V'_i + (P'_W - P'_P) a_w \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

En négligeant les termes  $\sum A_i U'_i$  et  $\sum A_i V'_i$ , on obtient :

$$\left. \begin{aligned} A_n U'_n &= (P'_p - P'_N) a_n \\ A_s U'_s &= (P'_s - P'_p) a_s \\ A_e V'_e &= (P'_p - P'_E) a_e \\ A_w V'_w &= (P'_w - P'_p) a_w \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

Posons

$$d_n = \frac{a_n}{A_n}, \quad d_s = \frac{a_s}{A_s}, \quad d_e = \frac{a_e}{A_e} \quad \text{et} \quad d_w = \frac{a_w}{A_w} \quad (3.22)$$

D'où les champs des vitesses seront corrigés par les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} U_n &= U_n^* + d_n (P'_p - P'_N) \\ U_s &= U_s^* + d_s (P'_s - P'_p) \\ V_e &= V_e^* + d_e (P'_p - P'_E) \\ V_w &= V_w^* + d_w (P'_p - P'_w) \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

On introduit les expressions (3.23) dans l'équation de continuité discrétisée, on aboutit à l'équation de correction de pression suivante :

$$A_p P'_p = A_E P'_E + A_W P'_W + A_N P'_N + A_S P'_S + b_{p'} \quad (3.24)$$

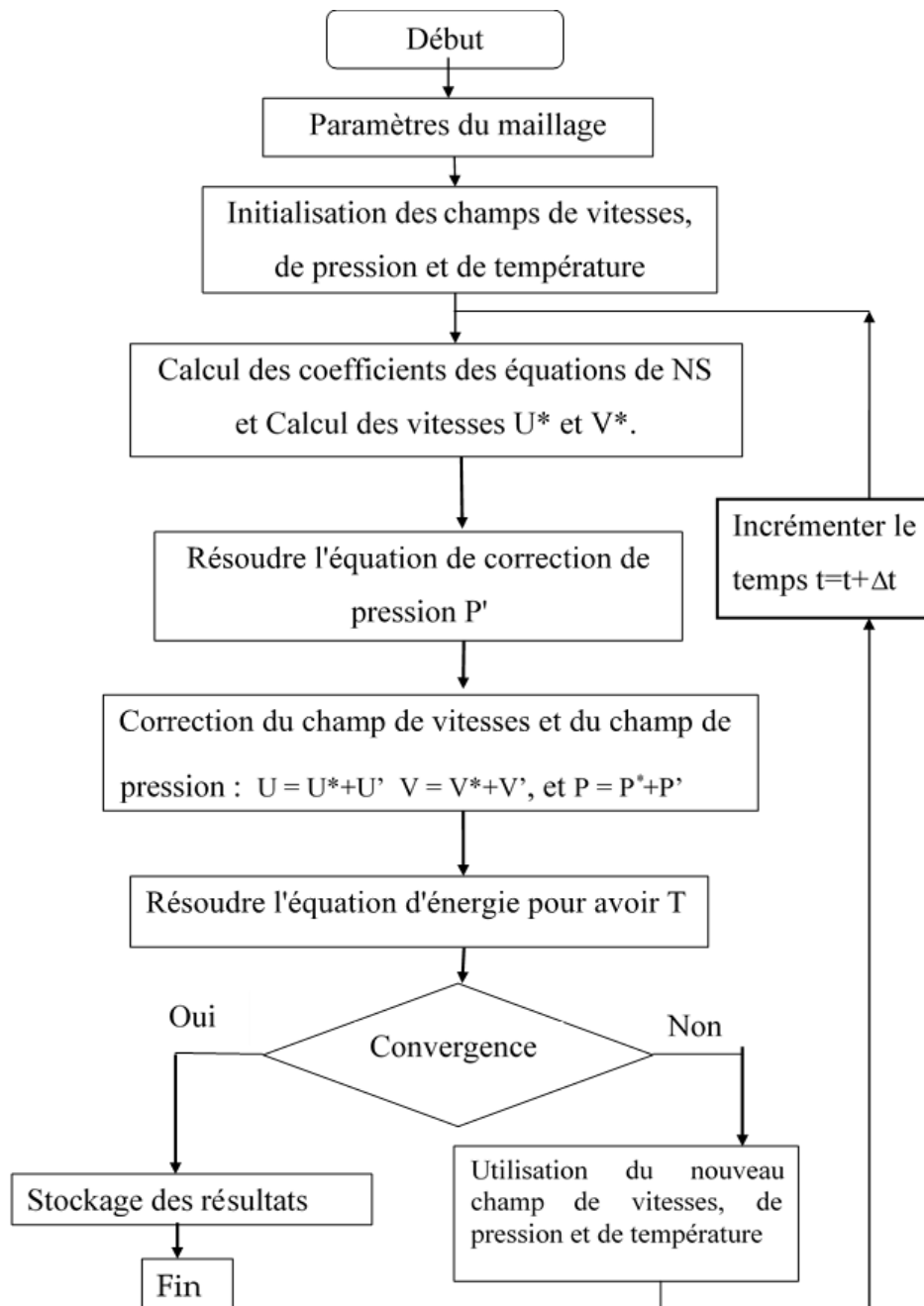
$$\left. \begin{aligned} A_p &= A_E + A_W + A_N + A_S \\ A_E &= d_e \Delta Y & A_W &= d_w \Delta Y \\ A_N &= d_n \Delta X & A_S &= d_s \Delta X \\ b_{p'} &= (U_w^* - U_e^*) \Delta Y + (V_s^* - V_n^*) \Delta X \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$



### 3.5.3 Séquences de l'algorithme SIMPLE

1. Estimer tous les champs, les composantes de vitesse  $U^*$  et  $V^*$ , la pression  $P^*$ .
2. Résoudre les équations de quantité de mouvement et fournir les composantes de vitesse  $U^*$  et  $V^*$ .
3. Résoudre l'équation de correction de pression  $P'$ .
4. Corriger la pression  $P = P^* + P'$
5. Corriger les champs de vitesses  $U$  et  $V$  en utilisant les formules de correction.
6. Résoudre les autres équations du problème, telle que l'équation de la température.
7. Remplacer les anciens champs de vitesses et de pression par les nouveaux et revenir à l'étape 2.
8. Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.

L'ensemble de ces étapes est récapitulé dans l'organigramme illustré dans la figure (3.3).



**Figure 0.4:** Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLE

Pour la simulation, nous avons réalisé un programme en Fortran Pour le couplage vitesse-pression, nous avons opté pour l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations).

Les figures 3.4 à 3.7 montrent quelques étapes de calcul.

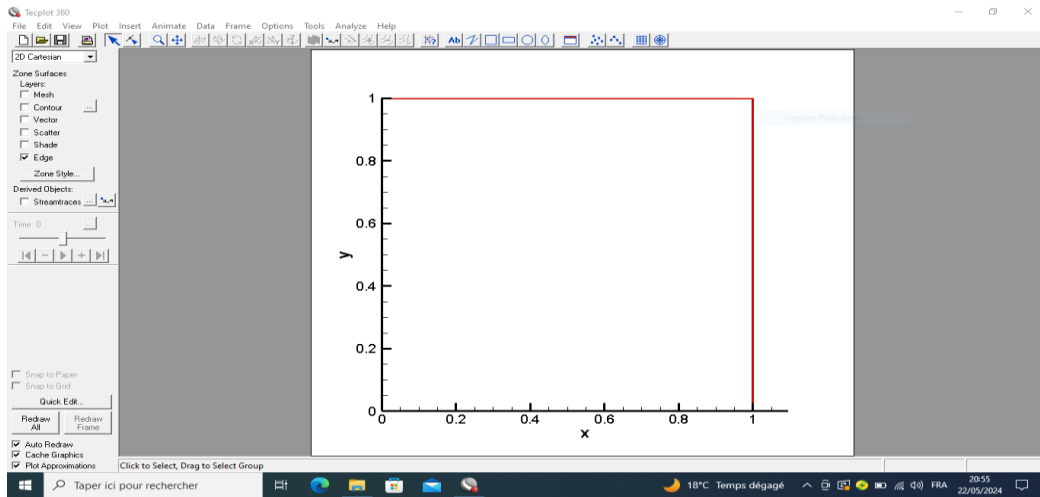


Figure 0.5 : Domaine d'étude

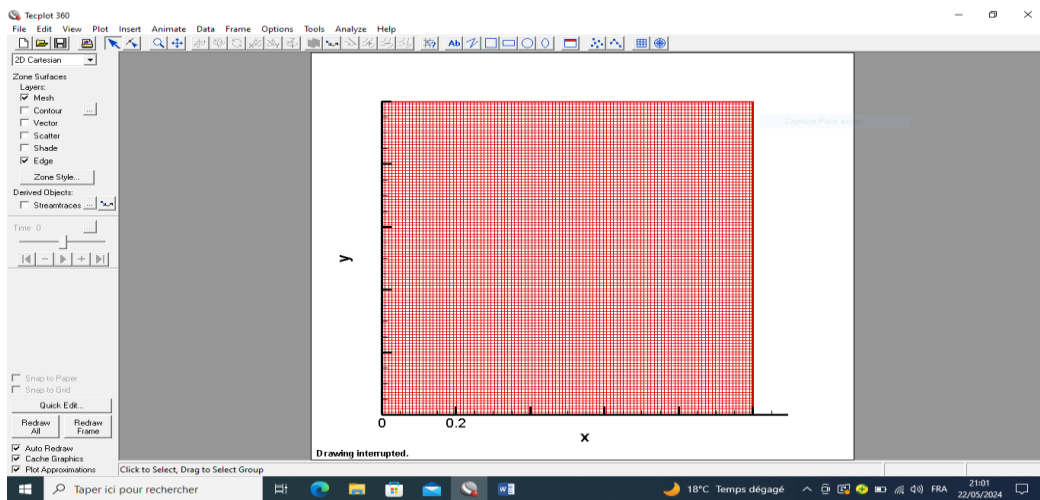


Figure 0.6 Maillage utilisé

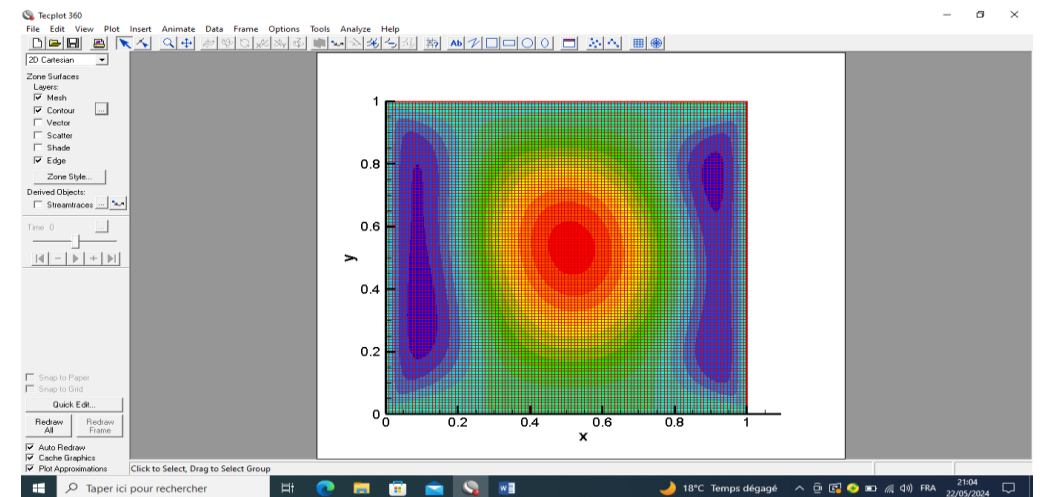


Figure 0.7 : Exécution du calculs

### **3.6 Conclusion**

La méthode des volumes finis est adoptée pour discrétiser les équations gouvernantes modélisant ainsi numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur dans les cavités en étude. Nous avons présenté les étapes du code de calcul réalisé en en Fortran selon l'algorithme SIMPLE, les paramètres de contrôle de la convergence et ainsi que la méthode de résolution des équations algébriques.

Les résultats effectués par ce programme sont présentés dans le chapitre suivant.

# **CHAPITRE 4**

## **Résultats et discussions**

## 4.1 Introduction

Les résultats obtenus au cours de cette étude sont présentés dans ce chapitre. On traite le cas d'une cavité poreuse dont les deux parois verticales (couvercles) sont en mouvement et chauffée par une température sinusoïdale. On examine l'influence des paramètres contrôlant la convection, le nombre de Richardson  $Ri$  et le nombre de Darcy  $Da$ , sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

## 4.2 Effet du maillage

Dans le but d'examiner l'effet du maillage sur la solution numérique, quatre maillages ont été considérés : 82 x 82 nœuds, 104x104 nœuds, 111x111 et 121 x121 nœuds. En augmentant la taille du maillage de 82x82 nœuds à 121x121 nœuds, le changement enregistré dans les valeurs calculées est très petit (voir tableau 4.1). Après avoir exécuté les tests de l'indépendance entre la solution numérique et le maillage, le maillage 111x111noeuds a été choisi pour achever tous les calculs. Ce maillage donne également le meilleur compromis entre le temps de calcul et la précision des calculs.

**Tableau 0-2:**Effet du maillage sur les valeurs de ( $Nu$ ,  $\psi_{\max}$  et  $V_{\max}$ ) pour  $Da=0.1$  et  $\varepsilon=0.9$

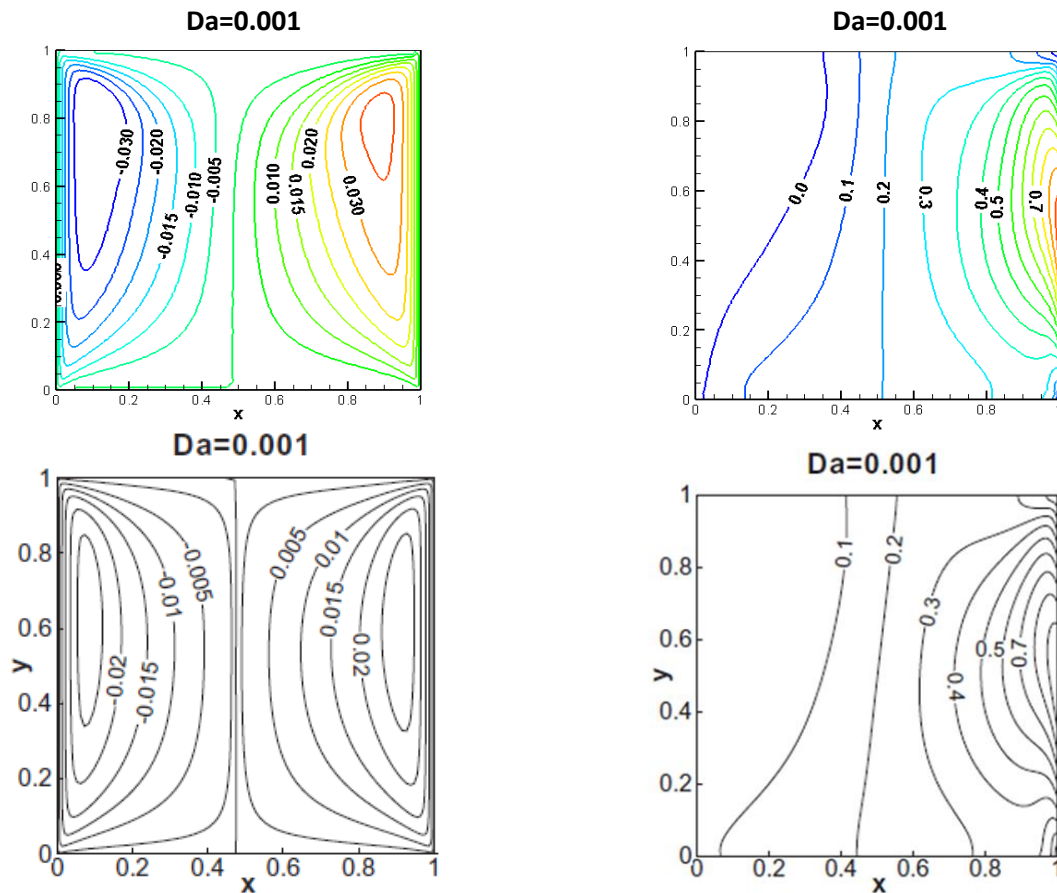
| (nœuds)         | 82x82  | 104x104 | 111x111 | 121x121 |
|-----------------|--------|---------|---------|---------|
| $ \Psi_{\max} $ | 11.821 | 11.775  | 11.784  | 11.7955 |
| $V_{\max}$      | 67.295 | 66.984  | 66.952  | 66.9371 |
| $Nu$            | 2.778  | 2.717   | 2.722   | 2.729   |

## 4.3 Validation du code de calcul

Une validation de notre simulation numérique a été faite par une comparaison quantitative entre nos résultats obtenus et des différentes solutions de références disponibles dans la littérature. La figure 4.2 montre les comparaisons des lignes de courant et les isothermes avec les résultats de [24],

Les comparaisons ont été faites pour le milieu poreux a un nombre de Darcy  $Da = 0.001$  et le fluide circulant a un nombre de Prandtl  $Pr = 1$ .

D'après la figure 4.1, on peut également observer l'accord presque parfait entre les résultats obtenus et ceux de la littérature consultée.



**Figure 0.8:** Comparaison entre nos résultats avec ceux de la littérature [24]

### 4.3.1 Effet du nombre de Darcy et effet du nombre de Richardson

Dans les Figures (4.2 et 4.3), nous avons présenté les lignes de courant et les isothermes pour deux valeurs différentes de  $Ri$  et en conséquence pour chaque  $Ri$ , quatre valeurs différentes de  $Da$  sont considérées. L'examen visuel de ces figures montre qu'il y a un changement significatif entre les contours pour différents nombres de  $Da$  pour un nombre de  $Ri$  fixe, et pour  $Da$  fixe avec différents nombres  $Ri$ . Les lignes de courant sont presque symétriques par rapport à l'axe central vertical. On voit que lorsque le nombre de Darcy augmente, la convection augmente, quelques cellules plus faibles se forment sur les côtés de la paroi mobile.

Mais pour des nombres  $Da$  plus élevés,  $Da = 10^{-1}$  un flux de circulation unique est généré par des murs mobiles et occupe toute la cavité. À mesure que le nombre de Darcy augmente, les tourbillons générés près des murs coulissants verticaux s'éloignent des murs et finissent par se fusionner en un seul vortex. Il est également observé que certaines perturbations dans les lignes de courant dans le coin supérieur droit et le coin inférieur gauche de la cavité en raison de la collision du fluide aux murs fixes du bas et du haut. Pour  $Ri = 10$ , un changement remarquable dans les schémas des lignes de courant. Deux cellules rotatives plus faibles dans le sens des aiguilles d'une montre sont formées aux deux parois latérales verticales en plus de la cellule principale qui se déplaçant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Pour  $Ri > 1$  les conditions favorisent fortement les phénomènes de convection naturelle et l'effet de Darcy n'est pas si grand. Cette structure d'écoulement multicellulaire n'existe pas pour les faibles valeurs du nombre de Richardson, où la convection forcée est dominée.

Une augmentation du nombre de Darcy induit l'activité d'écoulement plus profondément dans la cavité, ce qui entraîne plus d'énergie à être emportée des parois coulissantes, provoquant ainsi des changements marqués dans le comportement d'écoulement.

À partir des contours isothermes on remarque que les lignes isothermes sont presque les mêmes pour différents nombres de  $Ri$  avec des valeurs fixes  $Da = 10^{-3}$ , et comme la distribution de température sinusoïdale est imposée sur la paroi droite active, le transfert de chaleur est amélioré. Mais pour un  $Da$  plus élevé  $Da \geq 10^{-2}$  le contour change. Dans le cas de  $Ri = 10$  la distribution des isothermes est presque identique même pour des nombres de  $Da$  inférieurs et supérieurs.

On voit aussi que les isothermes ne sont pas symétriques et compressées vers les parois verticales. Ce fait est dû à l'effet de dominance de la convection.



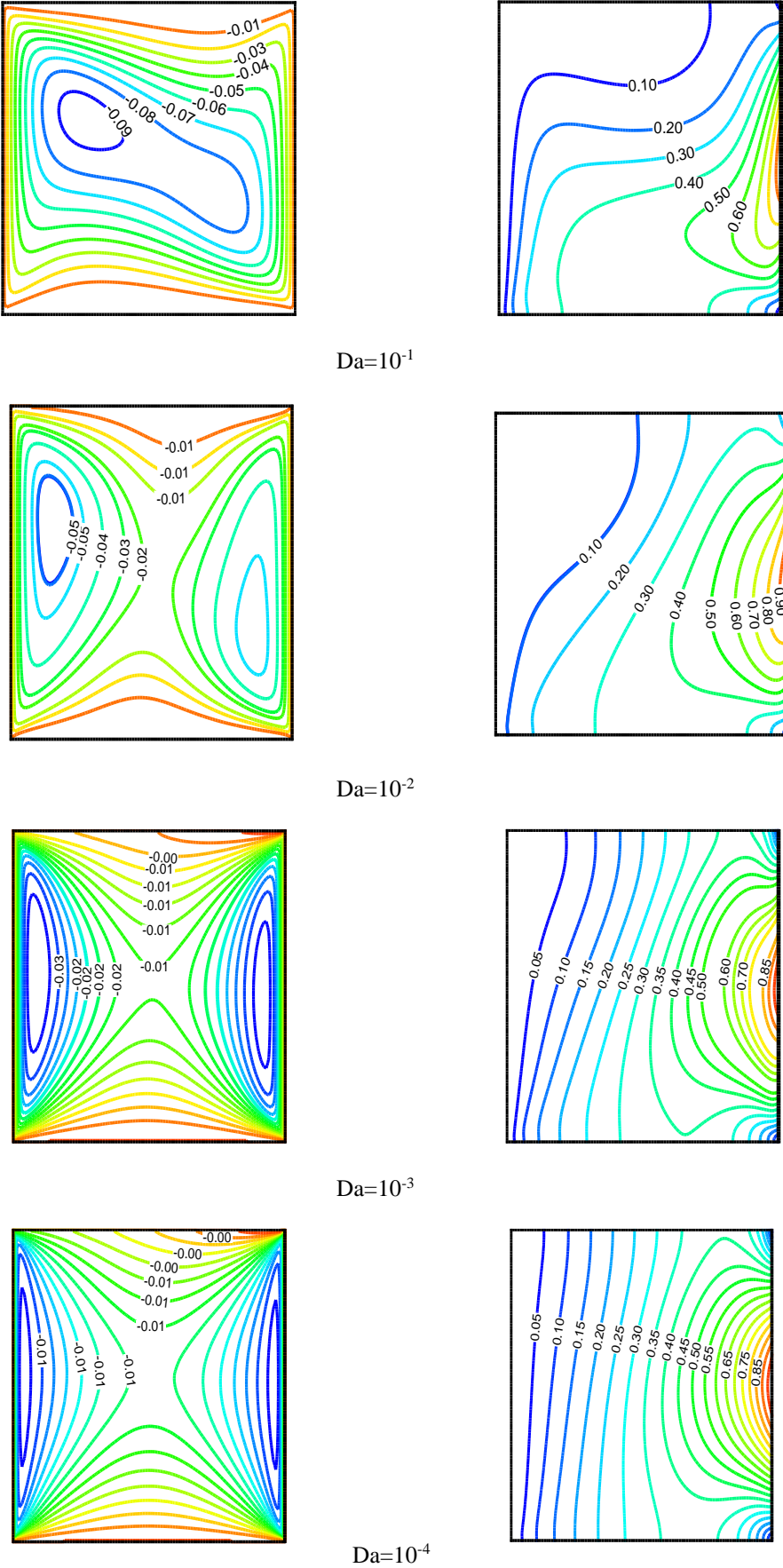
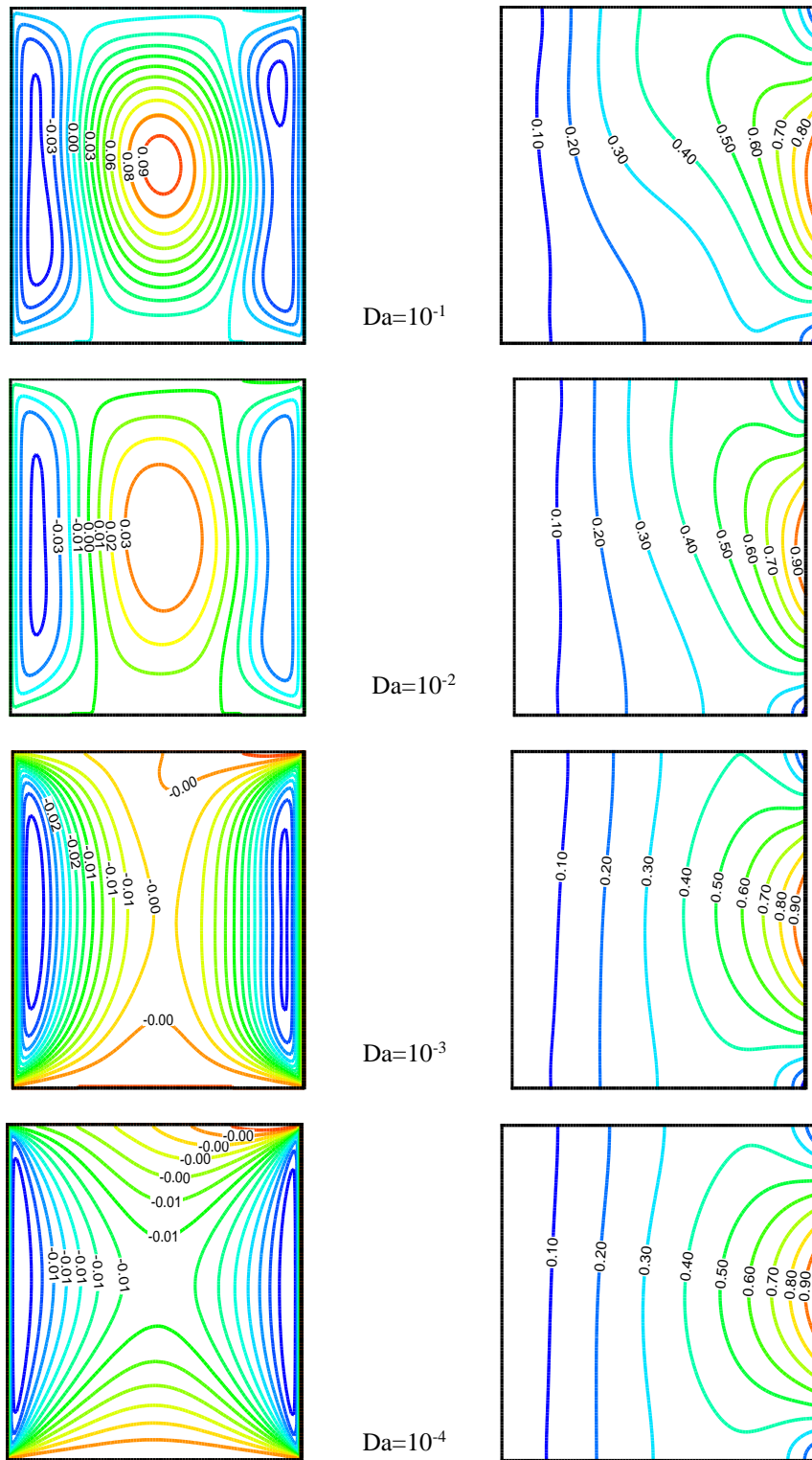


Figure 0.9 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour Ri= 1



**Figure 0.10 :** Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour  $Ri = 10$

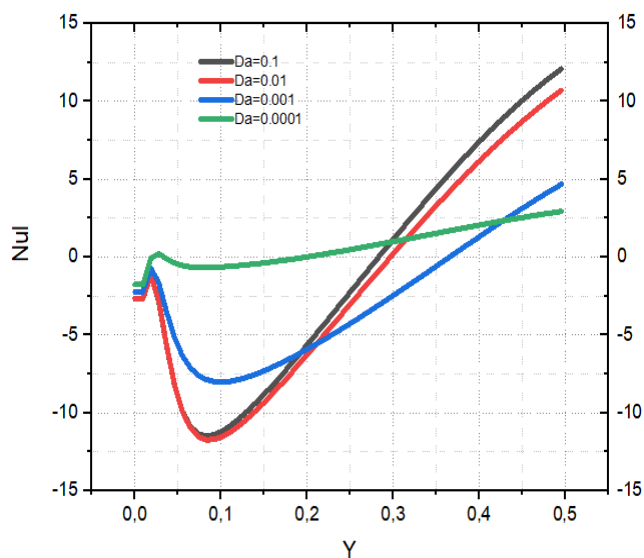
## Chapitre 4 : Résultats et discussions

L'influence du nombre de Richardson  $Ri$  sur les taux locaux de transfert de chaleur ( $Nu_L$ ) est représentée sur les figures 4.4 (a)-(b). On observe que le taux de transfert thermique local  $Nu_L$  diminue à mesure que le nombre de Richardson ( $Ri$ ) augmente.

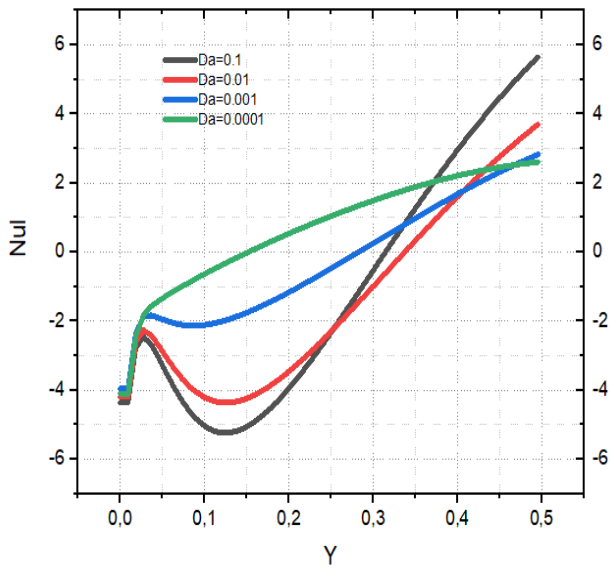
La figure 4.5 indique que la variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Richardson pour différents nombres de Darcy. D'après cette figure nous constatons que l'augmentation du nombre de Darcy a pour effet d'augmenter le nombre de Nusselt  $Nu$  et ce dernier diminue avec l'augmentation de la valeur du nombre de Richardson ( $Ri$ ). Lorsque d'autres paramètres sont fixés, l'augmentation de  $Ri$  implique la diminution de la force de flottabilité thermique, qui à son tour diminue la convection thermique dans la cavité. Par conséquent, le taux de transfert de chaleur et moyen devrait diminuer.

On peut conclure que le mode de transfert de chaleur est principalement dû à la conduction pour des nombres de Darcy faibles  $Da < 10^{-2}$  pour n'importe quel nombre de  $Ri$  et le régime de convection devient dominant à des nombres de Darcy  $Da \geq 10^{-2}$  et pour des nombres de  $Ri \leq 1$ .

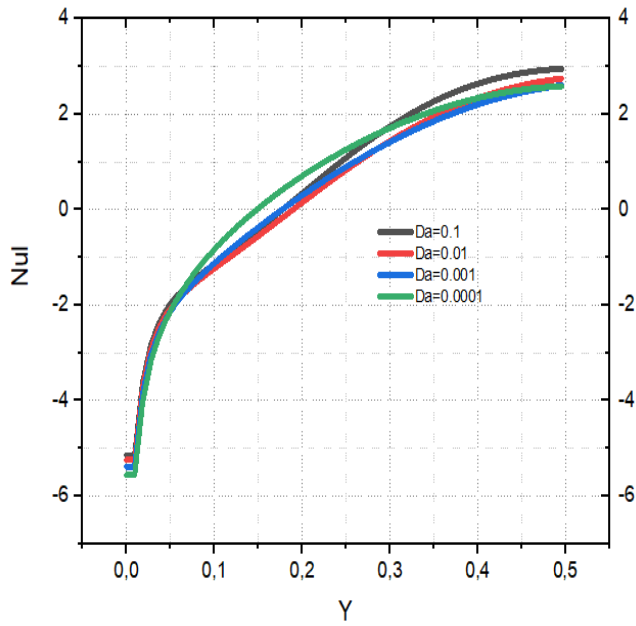
(a)



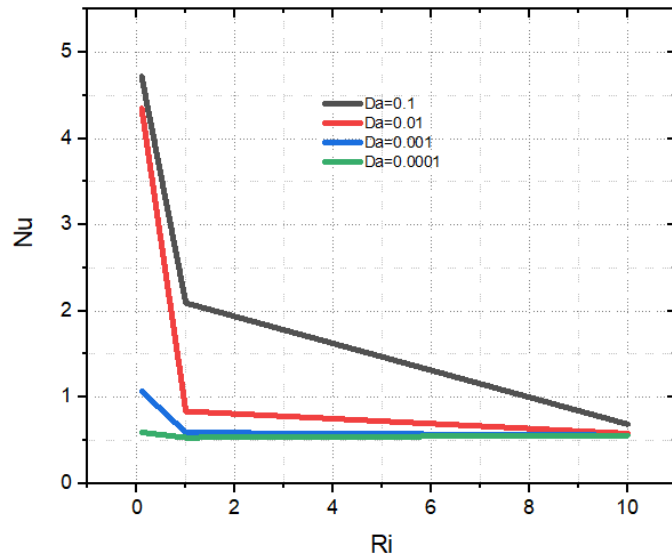
(b)



(c)

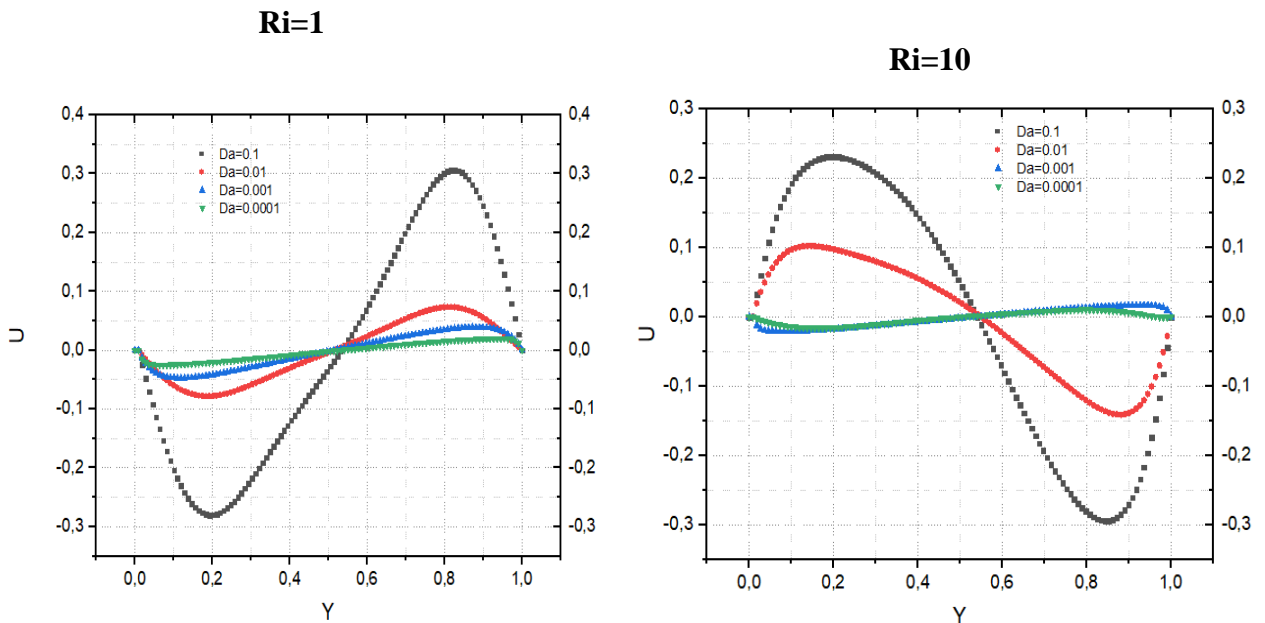


**Figure 0.11** : Variation du nombre de Nusselt local avec les différentes valeurs de Da pour :  
(a)  $Ri = 10^{-1}$ , (b)  $Ri=1$ , (c)  $Ri=10$ ,



**Figure 0.12 :** Variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Richardson pour  $Da=10^{-1}$  et  $Da=10^{-2}$  et  $Da=10^{-3}$   $Da=10^{-4}$

La figure 4.6 montre que la vitesse  $U$  dans le plan médian est symétrique par rapport au point médian. Un phénomène presque similaire se produit pour  $Ri = 1$ , tandis que des profils de vitesse opposés sont observés pour  $Ri = 10$ .



**Figure 0.6 :** Variation de la vitesse dans le plan médian ( $x = 0.5$ ) avec le nombre de Richardson pour :  $Da=10^{-1}$ ,  $Da=10^{-2}$ ,  $Da=10^{-3}$  et  $Da=10^{-4}$

## **4.4 Conclusion**

Dans cette partie, nous avons étudié la convection mixte bidimensionnelle dans une Cavité carré poreuse, chauffée par une température sinusoïdale sur la paroi verticale droite et refroidie par une température uniforme sur la paroi verticale gauche. Parmi les résultats trouvés on a constaté que le taux moyen de transfert de chaleur  $Nu$  augmente avec l'augmentation du nombre de Darcy  $Da$  et diminue avec l'augmentation de la valeur du nombre de Richardson ( $Ri$ ).

# Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons effectué une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité poreuse avec les parois verticales en mouvement opposée, et un chauffage sinusoïdale à droite et un refroidissement à gauche de ces parois. L'objectif principal de la présente étude était d'étudier l'effet de Darcy et l'effet du nombre de Ri sur le transfert de chaleur et le comportement de l'écoulement. D'après les résultats obtenus, les éléments suivants des conclusions ont été tirés :

- Une augmentation du nombre de Darcy induit l'activité d'écoulement plus profondément dans la cavité, ce qui entraîne plus d'énergie à être emportée des parois coulissantes, provoquant ainsi des changements marqués dans le comportement d'écoulement.
- l'augmentation de Ri implique la diminution de la force de flottabilité thermique, qui à son tour diminue la convection thermique dans la cavité.
- l'augmentation du nombre de Darcy a pour effet d'augmenter le nombre de Nusselt Nu et ce dernier diminue avec l'augmentation de la valeur du nombre de Richardson (Ri). Lorsque d'autres paramètres sont fixés,
- le mode de transfert de chaleur est principalement dû à la conduction pour des nombres de Darcy faibles  $Da < 10^{-2}$  pour n'importe quel nombre de Ri et le régime de convection devient dominant à des nombres de Darcy  $Da \geq 10^{-2}$  et pour des nombres de Ri = 1.
- la vitesse U dans le plan médian est symétrique par rapport au point médian.
- Un phénomène presque similaire se produit pour Ri = 1, tandis que des profils de vitesse sont opposés pour Ri = 10.

# Bibliographie

- [1] **Y. Jannot**, Transferts thermiques, Cours 2eme année, Ecole des Mines Nancy, 2011.
- [2] **A. Amel**, Etude de l'échange thermique dans une cavité rectangulaire avec deux côtés partiellement actifs, Mémoire de Magister, Université Kasdi Merbah Ouargla, 2011.
- [3] **B. Lyes**, Etude Numérique de la Convection Mixte en Milieu Poreux dans un Canal Contenant des Composants électronique, thèse de Doctorat, Université Constantine 1, 2014.
- [4] **J. Ali Salim**, Apport de l'équation de Brinkman à la Modélisation de l'écoulement d'eau et du transport de soluté dans l'aquifère karstique du Val d'Orléans Hydrologie, Université d'Orléans , Français , 2009.
- [5] **H. Darcy** , Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. Vol. 1. Victor dalmont, 1856.
- [6] **G. Lundgren, G. Magnusson, E. Möller, H. Nordenstam, B. Werner, G. westberg**, Rejection of an HL—A Identical Renal Transplant. Tissue antigens, 2(1), pp.32-40, 1972.
- [7] **D.D. Joseph, D.A.Nield, and G. Papanicolaou**, Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium, Water Resources Res, Vol.18, pp.1049-1052, 1982.
- [8] **C.T. Hsu, and J.Asme**, Heat conduction in porous media, Heat Transfer, A closure model for transient, Vol.121, pp.733–739, 1999.
- [9] **K.Vafai and C. L. Tien**, Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 195-203, 1981.
- [10] **D.A.Nield, and A.Bejan**, Convection in porous media, Springer New York ,Vol.3, pp. 629-982, 2006.
- [11] **S.S. Soleimani, D.D.Ganji, M.Gorji, H. Bararnia, and E. Ghasemi**, Optimal location of a pair heat source-sink in an enclosed square cavity with natural convection through PSO algorithm. International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 38, pp. 652-658, 2011.
- [12] **D. Charreh, and M. Saleem**. "Entropy generation and natural convection analyses in a non-darcy porous square cavity with thermal radiation and viscous dissipation." Results in Physics 52 , 2023.
- [13] **Z.T.Tian, Z.Tang, C.Qi, L.Chen, and Y. Wang**, Natural convection heat transfer characteristics of sinusoidal cavities filled with nanofluids. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, vol. 648, pp. 129309, 2022.
- [14] **N.Abwey, H.A.Rashad, A.M.Reddy, S.Jakeer, M.A. Mansour, and T.Salah**, Radiative effects on unsteady MHD natural convection flow in an inclined wavy porous cavity using hybrid nanofluid containing a square obstacle. Alexandria Engineering Journal, Vol. 65, pp. 921-937, 2023.
- [15] **Lalsabery, M.A.sheremet, M.ghalambaz**, Fluid-structure interaction in natural convection heat transfer in an oblique cavity with a flexible oscillating fin and partial heating. Applied Thermal Engineering, Vol. 145, pp. 80-97, 2018.
- [16] **Hassinet Liamena** Simulation Numérique de La Convection Naturelle Laminaire Dans Une Cavite Poreuse, thèse de Docteur en Sciences en Mécanique Option : Energétique, Université de BATNA 2 - Mostefa Ben Boulaid,2018.
- [17] **A. Alsabery, et I.Ammar**"Impact de la condition de glissement partiel sur la convection



## Bibliographie

- mixte du nanofluide dans la cavité ondulée entraînée par le couvercle et le corps interne solide. Recherche sur la propulsion et la puissance, Vol. 114, pp. 544-564, 2022.
- [18] **M. G .Gnanasekaran, et A. Satheesh.** "Numerical simulation of MHD double-diffusive mixed convection in a closed cavity filled with liquid potassium alloy: Incorporating thermosolutal source. Case Studies in Thermal Engineering, 52, 103772, 2023.
- [19] **Akhter, Rowsanara, M.A. Mokaddes et M. Abdul Alim.** "Impact du champ magnétique sur l'écoulement hybride-nanofluide convectif mixte à double diffusion et irréversibilité dans une cavité poreuse avec des parois ondulées verticales et un cylindre solide en rotation." Résultats en Ingénierie 19, p 101292 ,2023.
- [20] **N. adeem, and Sohail ,** "Numerical solutions for MHD mixed convection flow in a square wavy cavity inside heated corrugated rods. International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 149, 107136 , 2023.
- [21] **N.E.brahimi, Ashtiani, and D. Toghraie,** Méthode de Boltzmann sur réseau pour la convection mixte d'un écoulement diphasique de nanofluide dans une cavité sinusoïdale de forme trapézoïdale en considérant le mouvement brownien. Analyse technique avec éléments limites , 152 , pp.194-213,2023.
- [22] **M.Hemmat, Bahiraei, Mehdi, Hajbarati, and A.Hamid,** comprehensive review on convective heat transfer of nanofluids in porous media: Energy-related and thermohydraulic characteristics. Applied Thermal Engineering, vol. 178,p.115487, 2020.
- [23] **Prasad, D.V . Krishna, Chaitanya, G .S. Krishna, and R. RAJU,** Double diffusive effects on mixed convection Casson fluid flow past a wavy inclined plate in presence of Darcian porous medium. Results in Engineering, vol. 3, p. 100019, 2019.
- [24] **K.Swapan, Chattopadhyay, Anirban, Pandit, Sarma, Sen Sreejata,** Mixed convection in a double lid-driven sinusoidally heated porous cavity. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 93, pp. 361-378, 2016.