
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Centre Universitaire Abdelhafid Boussof Mila

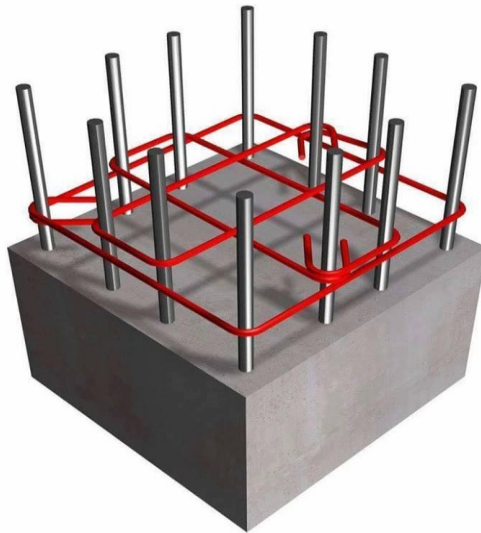
Institut des sciences et de la technologie

Département des Sciences et techniques

Polycopié de :

Béton Armé I

Cours et exercices



Niveau : 3^{ème} Année.

Licence en Génie Civil

Préparé par:

Dr. Guettiche Abdelheq

Maitre de conférences (A)

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS

CHAPITRE I: Formulation et propriétés mécaniques du béton armé

<u>1.1. Définition</u>	1
<u>1.2. Sélection les éléments pour béton</u>	2
<u>1.3. Concept du Béton Armé</u>	3
<u>1.4. Avantages et inconvénients du béton armé</u>	3
<u>1.4.1. Les principaux avantages</u>	3
<u>1.4.2. Les principaux inconvénients</u>	4
<u>1.5. Propriétés mécaniques du béton :</u>	4
<u>1.5.1. Résistance caractéristiques du éton :</u>	4
<u>1-5.2. Résistance du béton à la traction (CBA.93 Art A. 2.1.1.2)</u>	7
<u>1-5.3. Module de déformation longitudinale :</u>	7
<u>1-5.4. Module de poisson :(Art A-2.1.3 BAEL91) [2] :</u>	8
<u>Déformation différées du béton:</u>	10
<u>1.6. L'acier :</u>	11
<u>1.6.1. Caractères mécaniques :</u>	13
<u>1.6.2. Les nuances d'acier :</u>	14

CHAPITRE II: Prescriptions réglementaires

<u>2.1. Introduction</u>	17
<u>2.2. Notion d'état limite</u>	17
<u>2.3. Les actions: [BAEL.91. Art. A.3.1]</u>	17
<u>2.3.1. Actions permanentes (G) [BAEL.91. Art. A.3.1, 2]</u>	17
<u>2.3.2. Actions Variables (Qi) [BAEL.91. Art. A.3.1, 3]</u>	18
<u>2.4. Valeurs de calcul des actions [Art. A.3.3]</u>	18
<u>2.4. 1. Combinaison d'actions aux ELU [Art. A.3.3,2]</u>	19
<u>2.4. 2. Combinaison accidentelles [Art. A.3.3,22]</u>	19

2.4. 3. Combinaison d'actions aux ELS [Art. A.3.3,3]	19
2.4. 4. Combinaisons d'actions dans la pratique	20
2.5. Déformations et contraintes de calcul	22
2.5.1. État limite de résistance (ELU)	22
2.5.2. État limite de service (E.L.S) [B.A.E.L Art. A.4.5,2]	26
2.6. Condition de non - fragilité (Ferrailage minimal) (B.A.E.L.A.4.2,1)	28

CHAPITRE III: Adhérence et ancrage

3.1. Généralité	32
3.2. Contrainte d'adhérence	33
3.3. Contrainte limite d'adhérence	34
3.4. Facteurs agissant favorablement sur l'adhérence	34
3.5. Ancrage des barres	35
3.5.1. Ancrage droit	35
3.6. Jonction des barres : recouvrement	37
3.6.1. Jonction des barres droites	37
3.6.2. Jonction des barres comprimées rectilignes	39
3.7. Dispositions constructives	40
3.7.1- Dénomination des armatures	40
3.7.2. Protection des armatures	41

CHAPITRE IV: Dimensionnement des sections soumises aux actions centrées : Compression simple

4.1. Définition	44
4.2. Longueur de flambement et élancement d'un poteau	45
4.2.1. Longueur de flambement BAEL Art. B8.3	45
4.2.2. L'élancement	46
4.3. Effort normal résistant des poteaux soumis à une compression centrée	47
4.4. prédimensionnement des poteaux	49
4.5. Calculer la section d'acier	49

4.5.1. Acier longitudinal	49
4.5.2. Sections d'acier minimal et maximal	50
4.6. Dispositions constructives	50
4.6.1. L'espacement entre les armatures longitudinales	50
4.6.2. Longueur de recouvrement	51
4.6.3. Armatures transversales	51

**CHAPITRE V: Dimensionnement des sections soumises aux actions
centrées : Traction simple**

5.1. Définition	59
5.2. Hypothèses de calculs	59
5.3. Détermination des armatures longitudinale	60
5.3.1. E.L.U	60
5.3.2. E.L.S	60
5.3.3. Condition de non-fragilité BAEL A.4.2	61
5.4. Armatures transversales des tirants	61
5.5. Dispositions réglementaires minimales	62
5.5.1. Conditions d'enrobage des aciers	62
5.5.2 Possibilités de bétonnage correct	62
5.5.3. Diamètres et écartements	62
REPONSES AUX SERIES D'EXERCICES.	67
Références.	69

Avant-propos

Ce document est un développement de certaines notes de cours du module béton armé 1 de construction est destiné, particulièrement, aux étudiants de la 3^{ème} année génie civil comme un support pédagogique au cours « béton armé».

Ce cours permet aux étudiants, d'acquérir des connaissances sur les caractéristiques physiques et mécaniques du béton armé et d'apprendre le dimensionnement des sections soumises à des sollicitations simples (traction, compression) selon les règles BAEL 91 révisées 99 et CBA93.

Il faut mentionner que la maîtrise du contenu de ce cours nécessite la connaissance préalable des notions de résistance des matériaux et de matériaux de constructions.

Pour une meilleure compréhension, un langage scientifique assez simple a été utilisé et de nombreuses applications ont été exposées afin d'aider l'étudiant à assimiler le cours et à dégager une idée claire sur les concepts abordés.

Nous souhaiterons que cet effort soit suivi par d'autres. Cela ferait augmenter le nombre de documents didactiques dans le domaine de génie civil.

Dr. Guettiche Abdelheq

Chapitre I :

Formulation et propriété mécanique du béton armé

1.1. Définition

Le béton est un mélange de ciment, de granulats, d'eau et éventuellement d'adjuvants. Dans les bétons courants, les granulats sont des grains de pierre, sable, gravier, ballast et le liant est un ciment (Fig. 1.1). Les adjuvants peuvent être employés dans le béton afin d'améliorer certaines caractéristiques du béton frais ou durci.



Fig. 1-1 : Les composants du béton

Le ciment, l'eau et les adjuvants forment la pâte liante. Lorsqu'il n'y a pas de squelette granulaire, on parle de pâte de ciment. La pâte joue le rôle de lubrifiant et de colle.

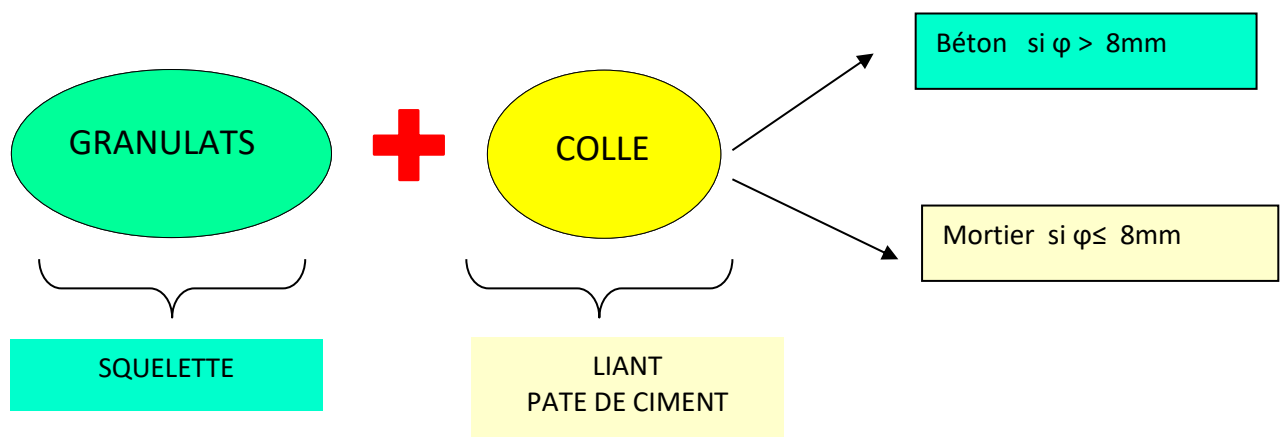


Fig. 1-2 : La différence entre le mortier et le béton

1.2. Sélection les éléments pour béton :

Le béton est composé de granulats, de ciment, d'eau et éventuellement d'adjuvants. Parmi les quatre constituants, les granulats jouent un rôle important, d'une part car ils forment le squelette et présentent, dans les cas usuels, environ 80 % du poids total du béton et d'autre part car au point de vue économique, ils permettent de diminuer la quantité de liant qui est le plus cher (Fig. 1.3).

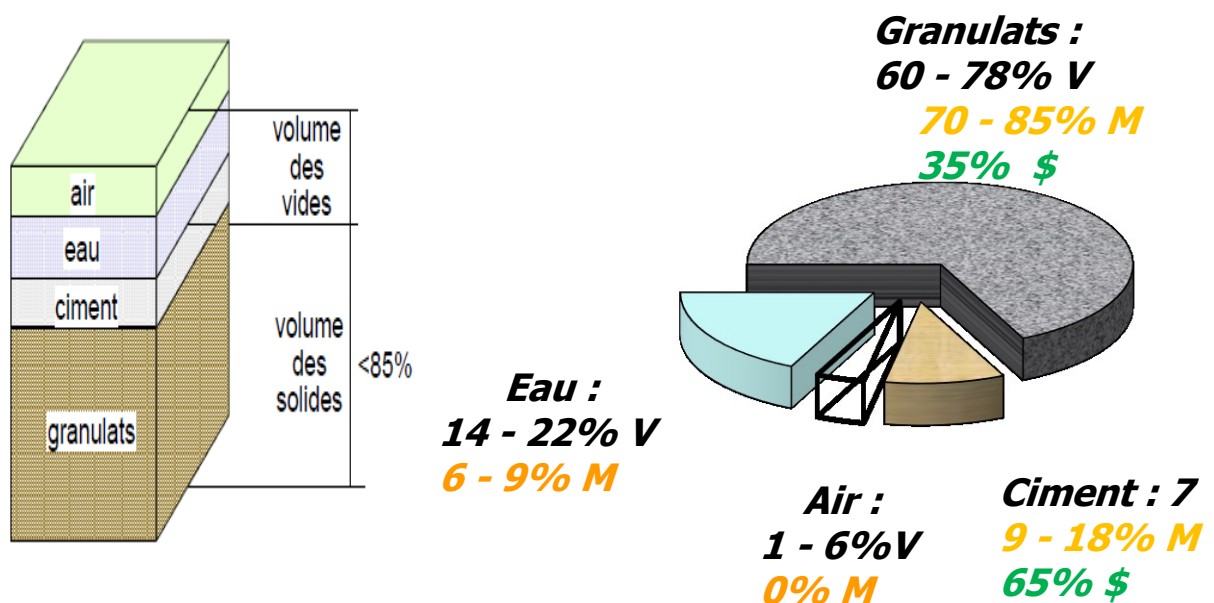


Fig. 1-3 : Le pourcentage des Constituants du béton armé

Une méthode de composition du béton pourra être considérée comme satisfaisante si elle permet de réaliser un béton répondant aux exigences suivantes :

- Le béton présenté, après durcissement, une certaine résistance à la compression.
- Le béton frais doit pouvoir facilement être mis en œuvre avec les moyens et méthodes utilisées sur le chantier.
- Le béton doit présenter un faible retrait et un fluage peu important.
- Le coût du béton doit rester le plus bas possible.

Tab. 1-1 : Influence des composantes du béton sur leurs caractéristiques

Composants		L'ouvrabilité	La résistance
Le sable	→	Augmente ↑	
Les gravillons	} →	Diminue ↑	Augmente ↑
Les cailloux			
L'eau	→	Augmente ↑	Diminue ↑
Le ciment	→	Augmente ↑	Augmente ↑

1.3. Concept du Béton Armé :

Le béton seul présente des résistances à la compression assez élevées, mais sa résistance à la traction est faible, de l'ordre de 1/10 de sa résistance à la compression. De plus, le béton a un comportement fragile.

L'acier présente une très bonne résistance à la traction comme à la compression (200 MPa à 500 MPa), Son comportement est ductile, avec des déformations très importantes avant rupture (de l'ordre de 10 %). Pour pallier à la faible résistance du béton en traction et à sa fragilité, on lui associe des armatures en acier : c'est le béton armé.

- L'association adhère au béton : ce qui permet la bonne transmission des efforts d'un matériau à l'autre.
- Le béton protège l'acier contre la corrosion et il n'y a pas de réaction chimique entre les deux matériaux.

1.4. Avantages et inconvénients du béton armé :

1.4.1. Les principaux avantages :

- **L'intérêt économique** : moins coûteux
- **Économie d'entretien** : les constructions en béton armé ne nécessitent aucun entretien. mieux que (les constructions métalliques, bois)
- **Durabilité** : le béton armé résiste bien à l'action de l'eau et de l'air.
- **Souplesse de forme** : Elle provient du moulage où un ferrailage judicieux

permettra des formes diverses

- **Résistance au feu** : les constructions en béton armé se comportent beaucoup mieux en cas d'incendie que les constructions métallique ou en bois. Le béton, grâce à sa mauvaise conductibilité thermique retarde les effets de la chaleur sur les armatures.

1.4.2. Les principaux inconvénients :

- **Délais d'exécution longs** : Préparation de coffrage, et les armatures, Le contrôle de la qualité des matériaux.

Le poids élevé : les ouvrages en B.A sont plus lourds, une construction en béton armé pèse 3 à 4 fois plus qu'une construction métallique

- **Difficulté de modification d'un ouvrage déjà réalisé** : il est difficile de modifier un élément déjà réalisé

- **Portée réduite** : la portée des pièces en béton armé est limitée à cause du poids

En conclusion les qualités du béton armé dépassent très largement ses défauts.

1.5. Propriétés mécaniques du béton :

1.5.1. Résistance caractéristiques du béton :

Dans les cas courants, La caractéristique essentielle du béton durci est la résistance mécanique en compression à un âge donné (28 jours).

Le béton est un matériau travaillant bien en compression. Lorsqu'il est soumis à l'action d'une charge rapidement croissante, le béton se comporte comme un matériau fragile. D'une part, sa rupture n'est pas précédée de déformations importantes et, d'autre part, sa résistance à la traction est beaucoup plus faible que sa résistance à la compression.

On verra que la résistance du béton dépend d'un grand nombre de paramètres : le type et le dosage des matériaux utilisés, le degré et la condition de réalisation... etc.

Le principe du béton armé consiste à prévoir des aciers, noyés dans toute la zone tendue de la poutre, qui résisteront aux efforts de traction que le béton est

incapable de reprendre tout seul (Figure 1.4).

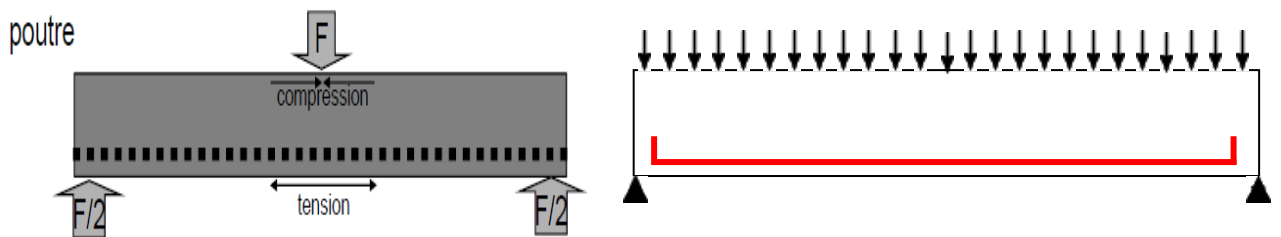


Fig. 1-4 : Principe du béton armé

La résistance caractéristique à la compression du béton f_{cj} à j jours d'âge est déterminée à partir d'essais sur des éprouvettes cylindriques normalisées de 16 cm de diamètre et de 32cm de hauteur (Le cylindre le plus couramment employé est le cylindre de 16). On déduit alors directement de la force maximale exercée la résistance en MPa.

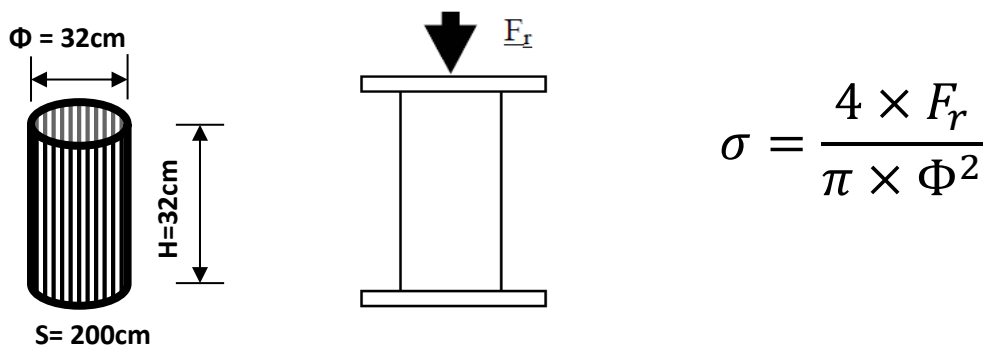


Fig. 1-5 : Écrasement d'éprouvettes cylindriques

Exemple : une éprouvette de diamètre 16 cm, si l'effort de rupture est de 400 KN la résistance de l'éprouvette est égale à 20 MPa.

Le béton de l'ouvrage a des résistances différentes de celles du même béton essayé sur éprouvettes d'essai normalisé (il y a l'effet de masse et une hydratation différente du fait des évolutions des températures elles-mêmes différentes). La résistance en compression est donc à associer à la méthode d'essai et les conditions de conservation des éprouvettes. Pour ces raisons, les éprouvettes sont conservées dans de l'eau à température constante ($20^\circ \pm 2^\circ$). On fait un nombre suffisant d'essais

et on calcule la résistance caractéristique à partir de la résistance moyenne obtenue et de l'écart type résultant des essais :

Où
$$f_{cj} = f_{cm} - K S$$

K : représente le pourcentage de risque admis (% de valeurs risquant d'être inférieurs à f_{c28})

Ordre de risque	1%	5%	10%	20%	50%
K	2.33	1.64	1.28	0.80	0

S : écart type (écart quadratique) ;
$$f_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n f_{cji}}{n} ; S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{cji} - f_{cm})^2}{n - 1}}$$

 f_{cm} , résistance moyenne des éprouvettes.

La résistance utilisée dans le calcul en béton armé est la résistance caractéristique à 28 jours. Selon les règles de CBA93 (A.2.1) Pour évaluer la résistance caractéristique à $j < 28$ jours on peut utiliser les formules suivantes :

$$j < 28 \text{ jours} \begin{cases} f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} \times f_{c28} & \text{pour } f \leq 40\text{MPa} \\ f_{cj} = \frac{j}{1,4 + 0,95j} \times f_{c28} & \text{pour } f > 40\text{MPa} \end{cases}$$

$$f_{cj} = 1.1.f_{c28} \quad \text{pour } j \geq 60 \text{ jour}$$

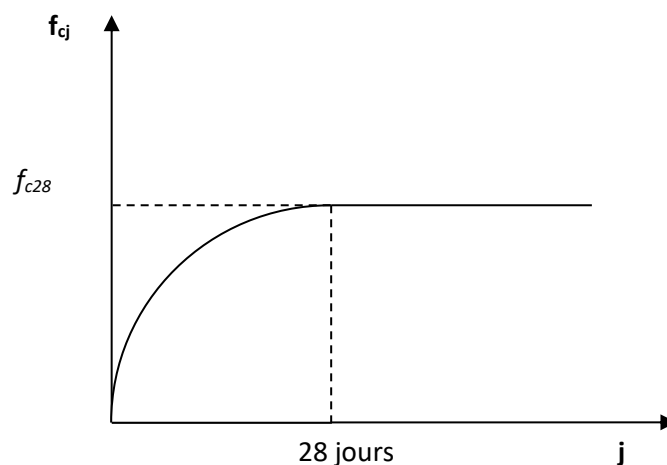


Fig.1-6 : Diagramme de la résistance à la compression du béton en fonction de l'âge.

1.5.2. Résistance du béton à la traction (CBA.93 Art A. 2.1.1.2)

Généralement le béton est un matériau travaillant bien en compression avec une mauvaise résistance à la traction, mais on a parfois besoin de connaître la résistance en traction. La résistance en traction à 28 jours est désignée par f_{t28} . Il est difficile d'établir la valeur de la résistance en traction du béton à (j) jours par les essais parce qu'ils donnent des résultats dispersés. Cependant nous pouvons la déduire de la résistance à la compression par la relation suivante :

f_{cj} : la résistance à la compression à j jour

f_{tj} : la résistance à la traction à j jour.

$$f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{cj} \quad \text{pour } f_{cj} \leq 60 \text{MPA}$$

1.5.3. Module de déformation longitudinale :

Le béton n'est pas un matériau élastique, pendant le déchargement de l'éprouvette, on observe que la courbe de déchargement est décalée par rapport à la courbe de chargement.

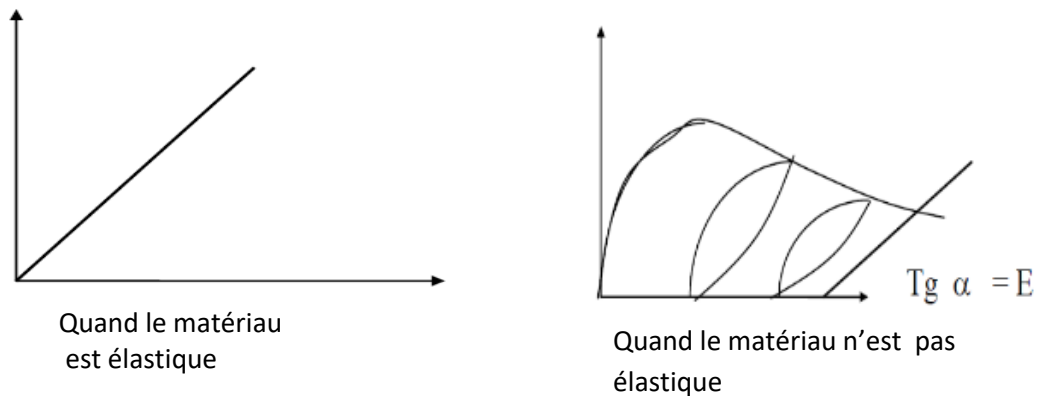


Fig. 1-7 : Diagrammes de comportement du béton

a. Module de déformation longitudinale instantané :(BAEL91.Art A.2.1.21)

Pour un chargement d'une durée d'application inférieure à 24 heures, le module de déformation longitudinale instantanée du béton de j jours est égal :

$$E_{ij} = 11000 (F_{cj})^{1/3} \quad (\text{MPa}) \quad i : \text{instantané ; } j : \text{jour}$$

b. Module de déformation longitudinale différé :(BAEL91 Art A-2.1. 21)

Le module de déformation longitudinal différée (longue durée d'application) du béton

« E_{vj} » à «j» jours du au fluage et le retrait est donnée par la formule :

$$E_{vj} = 3700 (F_{cj})^{1/3} \quad (\text{MPa})$$

Remarque : La valeur de ces modules intervient dans le calcul des flèches et les effets dus au retrait et au fluage du béton. Généralement : $E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3}$

1.5.4. Module de poisson :(Art A-2.1.3 BAEL91) :

Le coefficient de poisson représente la variation relative de dimension transversale d'une pièce soumise à une variation relative de dimension longitudinale.

$$v = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l} \left\{ v = \frac{\text{déformation transversale}}{\text{déformation longitudinale}} \right.$$

$v = 0.2$ Pour la justification aux ELS (béton non fissuré)

$v = 0$ Pour la justification aux ELU (béton fissuré).

Application 01 :

Les écrasements d'une série d'éprouvettes de béton prélevées sur un chantier a donné les résultats suivants : $f_{cj} = 18, 20, 21, 22, 19, 21, 18, 25, 24, 22, 21, 20, 18, 23, 23, 25$ [MPa] (j=28j).

On demande de calculer :

1/ la résistance à la compression f_{c28} et à j = 90 jours

2/ la résistance à la traction f_{t28} .

3/ les modules de déformation E_{ij} et E_{vj}

Application 02:

Calculer la résistance du béton en compression, à la traction et les modules de déformations à 24 heures et à 07 jours sachant qu'il doit atteindre à l'âge de 28 jours une résistance de 30 MPa.

Solution Application 01:

La résistance moyenne obtenue et de l'écart type résultant des essais :

Où $k=1.64$ correspond à 5% de probabilité de risque $K S$

S : écart type (écart quadratique) :

f_{cm} , résistance moyenne des éprouvettes.

$$f_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n f_{cji}}{n} = 21.25 \text{MPa} ; \text{ avec } n : 16$$

$$; S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{cji} - f_{cm})^2}{n - 1}} = 2.35$$

$$f_{c28} = f_{cm} - K S = 17.51 \text{Mpa}$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 f_{c28} = 1.65 \text{MPa}$$

$$\text{à } j = 28 \text{ jours} : E_{ij} = 28564 \text{MPa}$$

$$E_{vj} = 3700 (F_{cj})^{\frac{1}{3}} = \frac{28564}{3} = 9521.33 \text{MPa}$$

Solution Application 2:

On a : $J = 1$ et 7 jours < 28 Jours et $f_{c28} < 40$ MPa

Donc les formules de calcul des résistances en fonction de f_{c28} :

- à la compression :

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28}$$

- à la traction :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 \times f_{cj}$$

Pour $j=1$ jour, $E_{béton} = E_{ij}$ (Module de déformation instantanée)

$$f_{c1} = \frac{j}{(4.76 + 0.83j)} \times f_{c28} \rightarrow f_{c1} = \frac{1}{4.76 + 0.83} \times 30 = 5.37 \text{Mpa}$$

$$f_{t1} = 0,6 + 0,06 \times f_{cj} \rightarrow f_{t1} = 0,6 + 0,06 \times f_{c1} = 0,92 \text{MPa}$$

$$E_{ij} = 11\,000 \times \sqrt[1/3]{f_{c28}} = 11\,000 \times \sqrt[1/3]{30} = 34\,179 \text{MPa}$$

Pour $j=7$ jours > 24 heures :

$E_{béton} = E_{vj}$ (Module de déformation différée)

$$f_{c7} = \frac{j}{(4.76 + 0.83j)} \times f_{c28} \quad \text{Si } j \leq 28j$$

$$f_{c7} = \frac{7}{(4.76 + 0.83 \times 7)} \times 30 = 19.87 \text{MPa}$$

$$f_{t7} = 0,6 + 0,06 \times f_{cj} \rightarrow f_{t7} = 0,6 + 0,06 \times f_{c7} = 1.79 \text{MPa}$$

$$E_{vj} = 3700 \times \sqrt[1/3]{f_{c28}} = 3700 \times \sqrt[1/3]{30} = 11495 \text{ MPa}$$

On remarque que les résistances du béton en compression et à la traction augmentent en fonction du temps inversement aux modules de déformation qui diminue avec le temps.

1.5.5. Déformation différées du béton :

a) **Retrait** : C'est le raccourcissement du béton non chargé au cours de durcissement, il est dû à l'évaporation de l'eau de gâchage en excès non combinée au ciment. Le retrait est susceptible de provoquer des déformations de l'ordre de 0,2 à 0,5 mm par mètre.

Le retrait augmente si l'élément est fin et si la quantité du ciment augmente, et aussi plus le climat est sec plus il y'a du retrait.

b) **Fluage** : Le fluage est l'accroissement des déformations relatives dans le temps sous charges constantes.

Le fluage augmente avec la quantité d'eau ajoutée et la sécheresse de l'eau, il diminue si le dosage en ciment augmente et avec l'âge de l'échantillon à l'essai

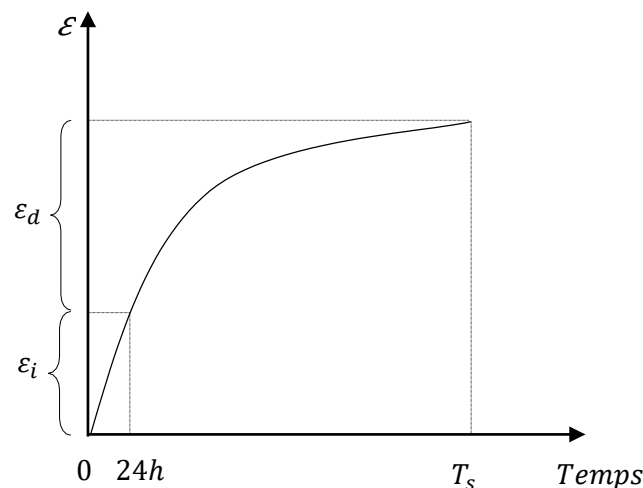


Fig. 1-8 : l'évolution de fluage

ϵ_i = Déformation instantanée sous les charges appliquées

ϵ_d = Déformation différée sous charge constante

$$\epsilon_d = 2\epsilon_i$$

1.6. L'acier :

L'acier est un alliage de fer et carbone en faible pourcentage. Les aciers utilisés dans le béton armé sont des aciers doux, mi-durs et durs. Contrairement au béton, l'acier possède un comportement identique en traction et en compression. Les aciers utilisés en armatures de béton armé sont désignés par :

- Leur forme (barre lisse, barre haute adhérence)
- Leur nuance (doux, mi-dur, dur) correspondant au pourcentage de carbone contenu dans l'acier entre 0.2 et 0.5% de carbone.
- Leur limite élastique exprimée en MPa (symbole E).

Exemple : Acier de nuance Fe E235 signifie :

Fe : acier (et non fer) ; E : limite élastique (f_e) ; 235 : 235 MPa

Dans le marché des matériaux de construction on trouve trois nuances d'acier : Acier rond lisse, Acier haute adhérence et Treillis soudés.

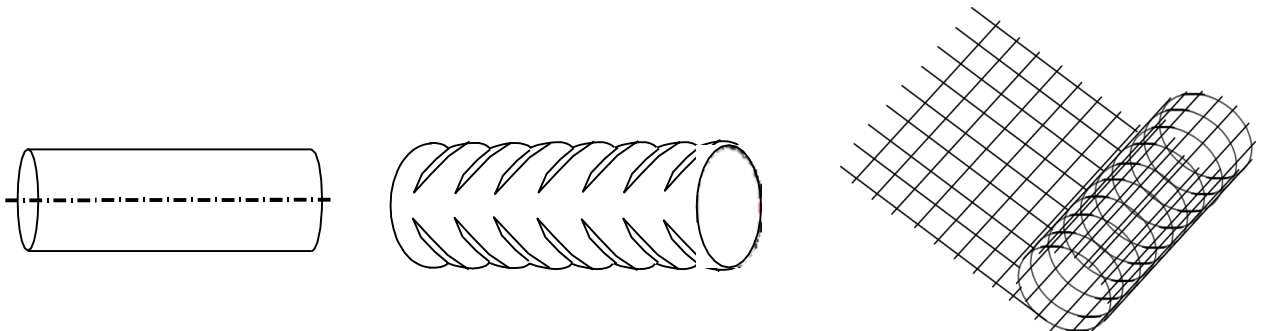


Fig. 1-9: Aciers utilisés en béton armé

- **Ronds lisses de nuances :**

Ce sont des aciers doux, laminés à chaud et de surface lisse, ne présentant aucune aspérité. Les nuances utilisées sont :

Fe E215 limite élastique $f_e = 215$ MPa

Fe E235 limite élastique $f_e = 235$ MPa

- **Les barres à hautes adhérences (HA) :**

Elles sont obtenues par laminage à chaud d'un acier naturellement dur. Ces armatures ont leur surface marquée par des crénelures de formes diverses de façon à assurer une meilleure adhérence avec le béton. Ces aciers existent dans les nuances :

Fe E400 limite élastique $f_e = 400$ MPa

Fe E500 limite élastique $f_e = 500$ MPa

Tab.1-2: Limites élastiques en fonction du type d'acier.

caractéristiques	Types d'acier			
	Doux et lisses		A Haute Adhérence (symbole)	
Dénomination	feE215	feE235	feE400	feE500
limite élastique f_e en MPa	215	235	400	500
Resistance a la rupture σ_r en MPa	≥ 330	≥ 410	≥ 480	≥ 550

▪ **Treillis soudés (TS):**

Elles sont soit en rouleaux, soit en panneaux de dimensions normalisées. Leur largeur standard est de 2,40 m, la longueur des rouleaux est de 50 m et celle des panneaux est de 4,80 m ou 6 m. formés par assemblage des barres de fils tréfilés dits **TSL** et les treillis soudés a fils a haute adhérence dits **TSHA**.

Les aciers sont livrés en barres de 12 m et 15 m dans les diamètres dits nominaux suivants :

6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 - 40 - 50 (en mm).

Tab. 1-3: Limites élastiques en fonction du type de Treillis soudés

Caractéristiques	Types de treillis	
	Lisses (symbol T.S.L.)	À Haute adhérence (Symbole T.S.H.A)
Limites élastiques f_e en MPa	500(tous diamètres)	500(tous diamètres)
Résistance à la rupture σ_r en MPa	550	550
Allongement à la rupture	8%	8%

Le tableau 1.4 donne la section nominale et la masse linéique correspondant aux différents diamètres nominaux.

Tab. 1-4 : Tableau des sections d'acier

Diamètres	Masse kg/m	Sections totale d'acier en cm ²									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,222	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83
8	0,395	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,617	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	0,888	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
14	1,210	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,31	13,85	15,39
16	1,580	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11
20	2,466	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
25	3,850	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
32	6,313	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38	80,42
40	9,864	12,57	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,96	100,53	113,09	125,66

Exemple : La section totale de 4 HA14 est de 6.16 cm².

Module d'élasticité des aciers longitudinale :(Art A-2.2.1 BAEL91)

Le module d'élasticité longitudinale E_s est pratiquement constant (par convention) quel que soit l'acier utilise et est pris égal à : $E_s = 200\ 000\ \text{MPa}$.

1.6.1. Caractères mécaniques :

Le diagramme conventionnel déformations-contraintes pour la traction et la compression a l'allure présentée dans la figure ci-dessous, sachant que les valeurs de limite élastique sont les mêmes en traction et en compression.

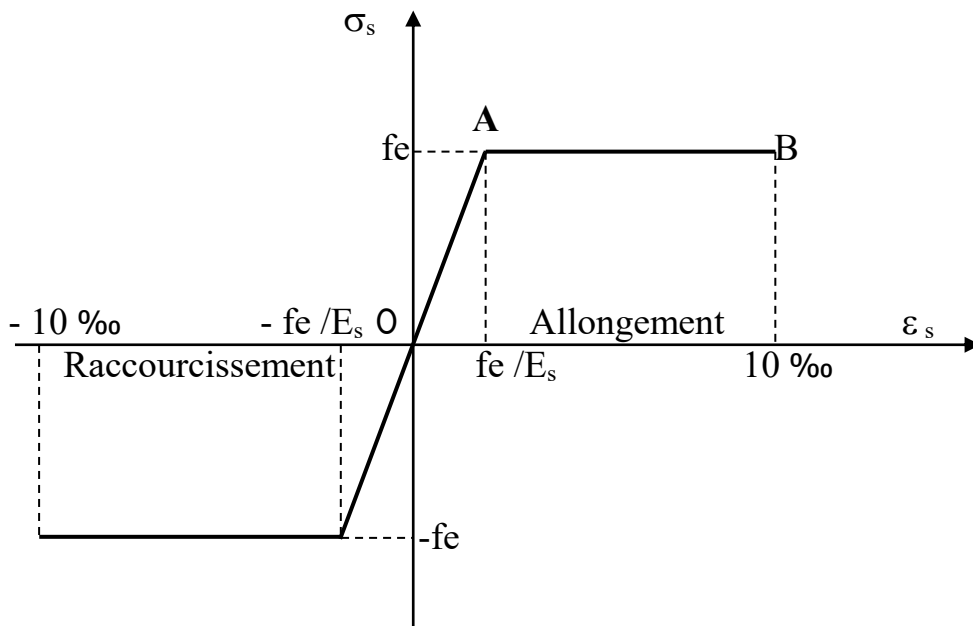


Fig. 1-10 : Diagramme conventionnel déformations-contraintes de l'acier

❖ **Cas de traction :**

✓ Droite OA (domaine élastique)

$$\varepsilon_s = f_e / E_s$$

✓ AB d'ordonnée $\sigma_s = f_e$ (domaine plastique)

B correspond à un allongement : $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$

❖ **Cas de la compression :**

Le diagramme correspondant est symétrique à celui de la traction par rapport à O

1.6.2. Les nuances d'acier :

Il existe 4 nuances principales qui correspondent à des qualités de limite élastique et de résistance différentes (voir tableaux 1.3 et 1.4).

SERIE N° 01

Exercice 01 :

1. Calculer la résistance approximative du béton en compression à 4, 10 et 21 jours sachant qu'il doit atteindre à l'âge de 28 jours $f_{c28} = 30$ MPa.
2. Calculer la résistance à la traction du béton f_{t28} ?

Exercice 02 :

Déterminer l'allongement unitaire correspondant à une contrainte de 348 MPa exercée sur un acier FeE400.

Note : la déformation est considérée au domaine élastique.

Exercice 3 :

La résistance caractéristique du béton en compression à 28 jours est de 23MPa. Quelle est la contrainte de calcul f_{bu} sachant que la durée d'application de la charge est $> 24h$. ?

Chapitre II :

Prescriptions

réglementaires

2.1. Introduction :

Les ouvrages en béton armé sont calculés en respectant les normes et les règlements en vigueur (CB93, BAEL91mod 99, DTR). Le règlement BAEL (Béton Armé aux États Limites) est un règlement technique de conception et de calcul des ouvrages en béton armé suivant la méthode des états limites.

2.2. Notion d'état limite :

Dans le domaine des constructions, on appelle état limite, un état particulier au-delà duquel l'ouvrage ou un de ses éléments ne satisfait plus aux conditions pour lesquelles il a été construit. C'est un état qui satisfait strictement aux conditions (stabilité, la résistance, les déformations non préjudiciables) prévues sous l'effet des actions (forces, moments ou couples) qui agissent sur la construction ou l'un de ses éléments.

Les calculs relèvent de deux catégories d'états limites :

- ✓ Les états limites ultimes (ELU) au-delà desquels la sécurité à la rupture n'est plus garantie
- ✓ Les états limites de service (ELS) au-delà desquels les conditions normales d'exploitation et de durabilité de la construction ou d'un de ses éléments ne sont plus satisfaites.

2.3. Les actions : [BAEL.91. Art. A.3.1]

Les actions sont les forces et les moments dues aux charges appliquées à la structure soit directement (charges permanentes, charges d'exploitation, charges climatiques...etc.), soit par les conséquences des modifications statiques ou d'état (retrait, variation de la température, tassement d'appui) qui entraînent des déformations de la structure. On distingue :

2.3.1. Actions permanentes(G) : [BAEL.91. Art. A.3.1, 2]

Les actions permanentes (G) sont les actions appliquées avec la même intensité pendant toute la durée de vie de la construction telles que les poids propres et les équipements fixes. Le document technique réglementaire (DTR B.C.2.2) précise les valeurs à prendre pour les poids volumiques des matériaux et les poids surfaciques

des planchers, des revêtements de planchers, des maçonneries et des toitures :

Tab. 2-1 : Poids volumiques de quelques matériaux de construction

N°		γ (N/m ³)	N°	Désignation	γ (N/m ³)
1	Béton non armé	22000	5	Verre	25000
2	Béton armé courant	25000	6	Graviller	17000
3	Acier	78500	7	sable	1700-19000
4	Aluminium	27000	8	Plâtre	10000

2.3.2. Actions Variables (Qi): [BAEL.91. Art. A.3.1, 3]

Les actions variables ont une intensité qui varie fréquemment et de façon importante dans le temps. Elles sont désignées par la lettre Q. Elles comprennent :

- Charges d'exploitation (charges dues aux poids des utilisateurs ou des matériels utilisés.) classées par durée d'application (provisoire, longue durée)
- Charges climatiques (neige et vent).
- Effets thermiques (efforts dus à la dilatation.)
- ✓ Actions accidentelles : elles se produisent rarement et de façon instantanée (les séismes, les chocs de véhicules ou bateaux, les explosions).

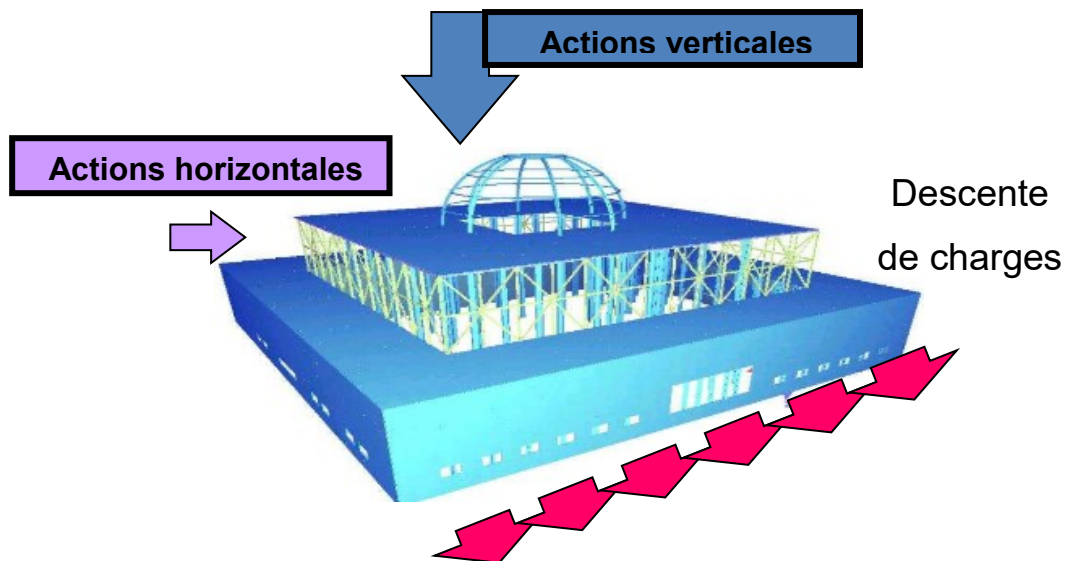


Fig. 2-1 : Transmission et combinaison des actions (mosquée d'Alger)

2.4. Valeurs de calcul des actions [Art. A.3.3]

Pour tenir compte des risques non mesurables (probabilité), on associe aux valeurs des actions un coefficient de sécurité pour obtenir les valeurs de calcul. Puis on combine ces valeurs de calcul pour établir le cas de chargement le plus défavorable.

2.4. 1. Combinaison d'actions aux ELU [Art. A.3.3,2] :

Nous devons justifier:

- La résistance des matériaux utilisés
- L'équilibre statique de l'ouvrage
- La stabilité de forme. (flambement)

Les sollicitations à considérer résultent des combinaisons d'actions ci-après dont retiennent les plus défavorables :

$$1,35G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3\psi_i.Q_i$$

Avec :

G_{\max} : ensemble (somme) des actions permanentes défavorables.

G_{\min} : ensemble (somme) des actions permanentes favorables.

Q_1 : action variable de base.

Q_i : autres actions variables d'accompagnement avec leur coefficient ψ_i .

γ_{Q1} : 1.5 dans le cas général

γ_{Q1} : 1.35 dans les cas suivants :

- ✓ la température
- ✓ les charges d'exploitation étroitement bornées ou de caractère particulier
- ✓ les bâtiments agricoles à faible densité d'occupation humaine

Généralement la combinaison s'écrit : **$1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q$**

2.4. 2. Combinaison accidentelles [B.A.E.L.Art. A.3.3,22] :

Si elles ne sont définies par des textes spécifiques, les combinaisons d'actions à considérer sont les suivantes :

$$G_{\max} + G_{\min} + FA + \psi_{11}Q_1 + \sum \psi_{2i} . Q_i$$

FA: valeur nominale de l'action accidentelle

$\psi_{11} Q_1$: valeur fréquente d'une action variable.

$\psi_{2i} Q_i$: valeur quasi-permanente d'une autre action variable.

2.4. 3. Combinaison d'actions aux ELS [B.A.E.L.Art. A.3.3,3] :

Ils concernent les conditions de bon fonctionnement, d'utilisation et de durabilité des ouvrages.

- Limite de compression du béton
- Limite de déformation : (limitation des flèches).
- Limite d'ouverture des fissures : (pour éviter la corrosion trop rapide des aciers).

Elles résultent des combinaisons d'actions ci-après, dites combinaison rares:

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \psi_{0i} \cdot Q_i$$

Généralement la combinaison s'écrit: **G + Q**

Remarques: Les coefficients ψ_0 , ψ_1 , ψ_2 ne sont pas des coefficients « de sécurité ».

Ils sont liés uniquement à la probabilité d'occurrence de la combinaison de plusieurs actions variables simultanées qui ne peuvent atteindre toutes ensemble leur intensité maximale.

Tab. 2-2 : les valeurs des Coefficients ψ_0 , ψ_1 , ψ_2

Nature des charges		ψ_0	ψ_1	ψ_2
Charges D'exploitation	Archives	0.9	0.9	0.8
	Parc de stationnement	0.9	0.75	0.8
	Salle de réunion:			
	A places assises	0.77	0.65	0.40
	A place debout	0.77	0.75	0.25
	Salles d'expositions	0.77	0.65	0.25
	Autres locaux	0.77	0.75	0.65
Charges climatiques	vent	0.77	0.20	0
	Neige pour une altitude ≤ 500 m	0.77	0.15	0
	Neige pour une altitude > 500 m	0.77	0.30	0.1
	Températures (variation uniforme)	0.60	0.50	0

2.4. 4. Combinaisons d'actions dans la pratique :

➤ **Pour les poteaux et les fondations:** Dans le cas le plus courant, l'unique combinaison d'actions à considérer est: **1,35. G + 1,5. Q.**

➤ **Pour le cas des planchers (poutres ou dalles) :**

a. Cas d'une seule travée sans porte-à-faux

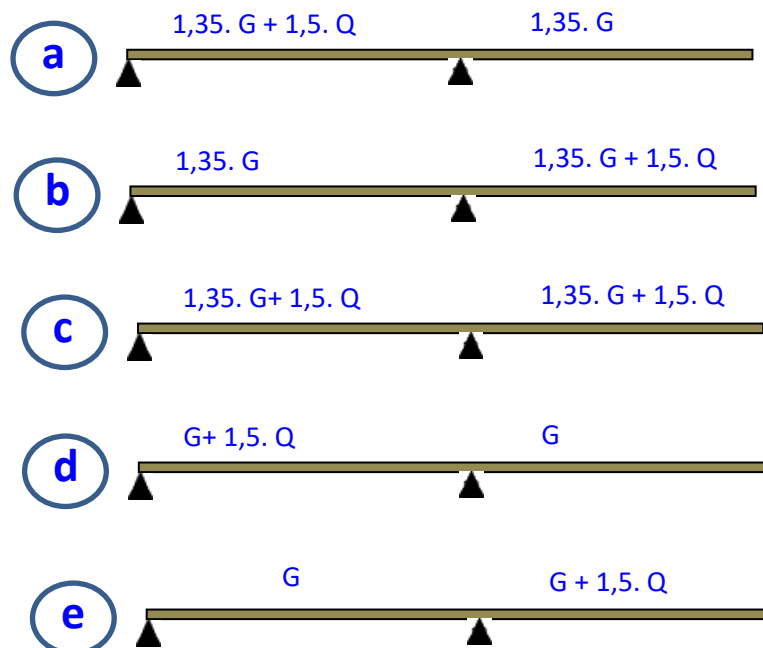
ELU	ELS
$1,35G + 1,5 Q$	$G+Q$

b. Cas de plusieurs travées sans porte-à-faux:

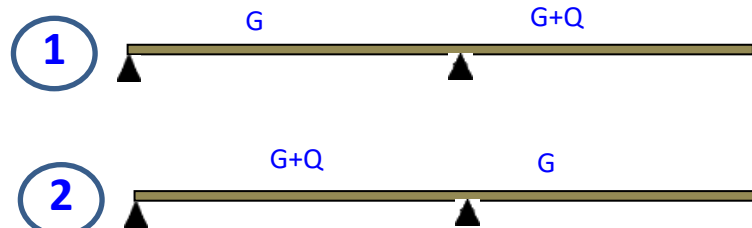
État	Travées chargées	Travées déchargées
ELU	$1,35.G + 1,5 .Q$ $G+1.5Q$	$1.35G$ G
ELS	$G+Q$	G

C. Cas d'une poutre reposant sur deux appuis, prolongée par un porte-à-faux:

C.1. Aux états limites E.L.U.R:



C.2. Aux états limites E.L.S.:



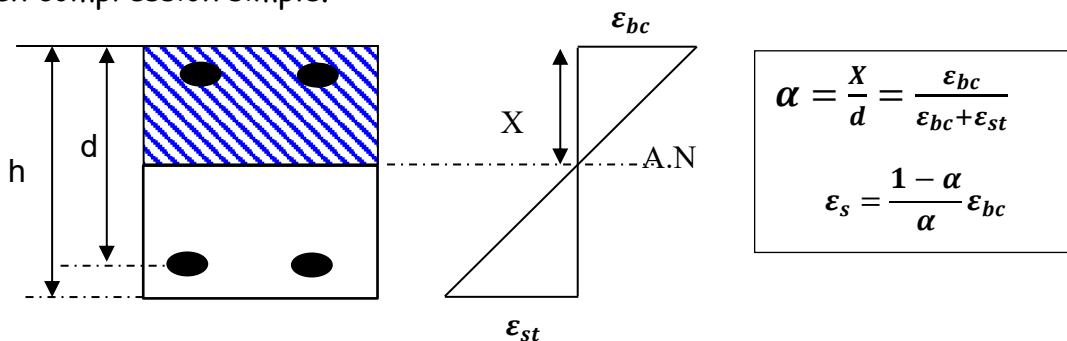
2.5. Déformations et contraintes de calcul

2.5.1. État limite de résistance (ELU) :

Pour pouvoir appliquer au béton armé qui est un matériau hétérogène les règles de RDM pour les corps homogènes, Il sera nécessaire d'homogénéiser la section de béton armé. Donc certaine hypothèse doit appliquer.

a) Hypothèse de calcul (Art. A4.5,1):

- Hypothèse de Navier Bernoulli : les sections planes, normales à la fibre moyenne avant déformation restent planes après déformation.
- Non-glissement relatif entre armatures et béton en raison de l'association béton-acier par adhérence.
- Le béton tendu est négligé dans les calculs.
- Les déformations des sections sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à **10‰**, pour le raccourcissement du béton à **3.5‰** en flexion simple et à **2‰** en compression simple.



- On suppose concentré en leur centre de gravité la section d'un groupe de plusieurs barres tendues ou comprimées, si l'erreur commise sur les déformations unitaires ne dépassent pas 15% .

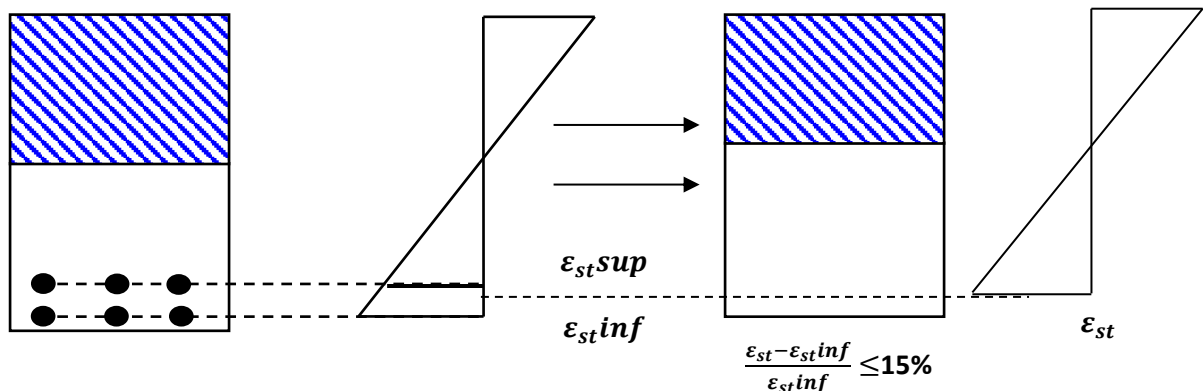


Fig. 2-2 : Hypothèses de calcul

Il sera nécessaire d'homogénéiser la section de béton armé. Selon l'article (A.4.5,1) du BAEL une section d'acier travaille n fois plus qu'une même section de béton. Donc une section d'acier \Leftrightarrow n fois qu'une section de béton.

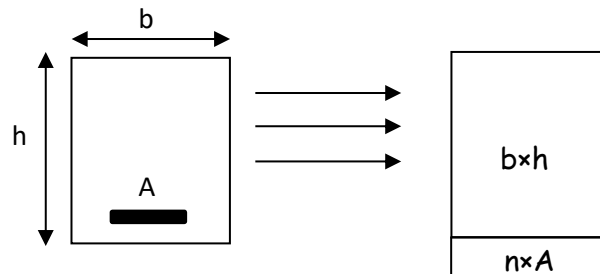


Fig. 2-3 : homogénéiser la section de béton armé

- le béton et l'acier seront considérés comme des matériaux linéaires élastiques, donc on leur applique la loi de Hooke $\Leftrightarrow \sigma = E \cdot \varepsilon$

$$\begin{cases} \sigma_b = E_b \times \varepsilon_b \\ \sigma_s = E_s \times \varepsilon_s \end{cases} \implies \xi_s = \xi_b \implies \sigma_s = \sigma_b \frac{E_s}{E_b} \quad \text{On pose : } \frac{E_s}{E_b} = n$$

Par convention, le rapport « n » du module d'élasticité longitudinale de l'acier sur celui du béton ou « coefficient d'équivalence ». Généralement prend la valeur 15

b) Diagrammes déformations-contraintes du béton : (B.A.E.L. A.4.3.41) :

Pour le béton, le règlement considère pour l'état limite ultime le diagramme de calcul appelé diagramme « parabole-rectangle » et, dans certains cas, par mesure de simplification, un diagramme rectangulaire. Ce diagramme peut remplacer le diagramme parabole-rectangle si la section considérée n'est pas entièrement comprimée (cas de la flexion simple).

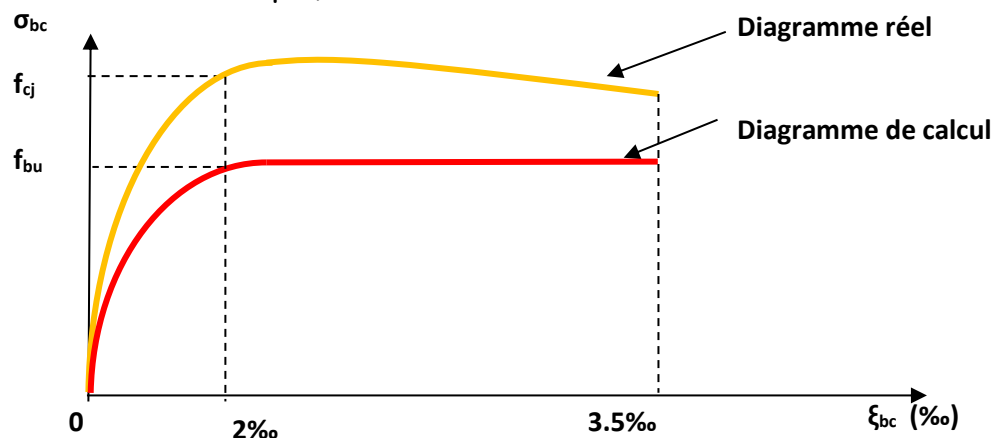


Fig. 2-4 : Diagramme Parabole-Rectangle

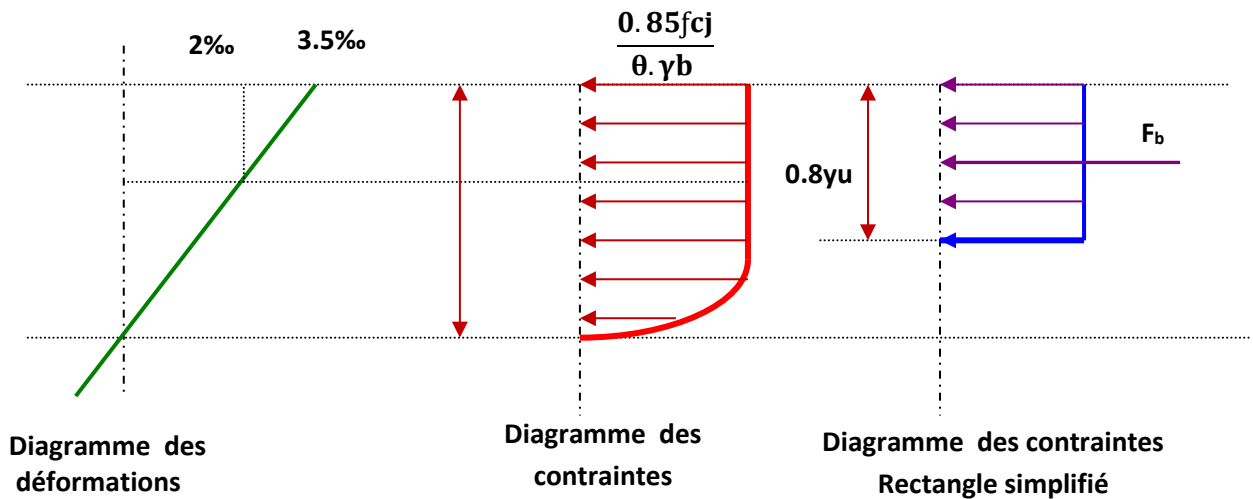


Fig. 2-5 : Diagramme déformations-contraintes du béton.

- Le raccourcissement maximal du béton est fixé à 3.5‰
- La résistance en compression pour le calcul à l'ELU est donné par :

$$0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 2 \text{‰} \rightarrow \sigma_{bc} = 0,25 \times f_{bc} \times 10^3 \times \varepsilon_{bc} (4 - 10^3 \varepsilon_{bc}).$$

$$2 \text{‰} \leq \varepsilon_{bc} \leq 3,5 \text{‰} \rightarrow \sigma_{bc} = f_{bu}.$$

γ_b : Coefficient de sécurité du béton :

$\gamma_b = 1,5$: dans le cas général

$\gamma_b = 1,15$: pour les combinaisons accidentelles.

θ : dépend de la durée d'application des charges.

$\theta = 1$: lorsque la durée probable d'application des charges considérées est >24h

$\theta = 0,9$: lorsque cette durée est comprise entre 1 heure et 24 heures.

$\theta = 0,85$: lorsqu'elle est <1 heure.

C. Diagrammes déformations-contraintes de l'acier : Diagramme de calcul se déduit du diagramme conventionnel défini des déformations-contraintes comme indiqué sur la figure 2.6 :

♣ f_e : Limite d'élasticité garantie.

♣ γ_s :

Cas courants: $\gamma_s = 1,15$

Combinaisons accidentelles : $\gamma_s = 1$

♣ $E_s = 200\,000 \text{ MPa}$

♣ Contraintes de calcul :

Si $\xi_s \leq \xi_{se}$ $f_{su} = f_e / E_s \times \gamma_s$

Si $\xi_s > \xi_{se}$ $f_{su} = f_e / \gamma_s$

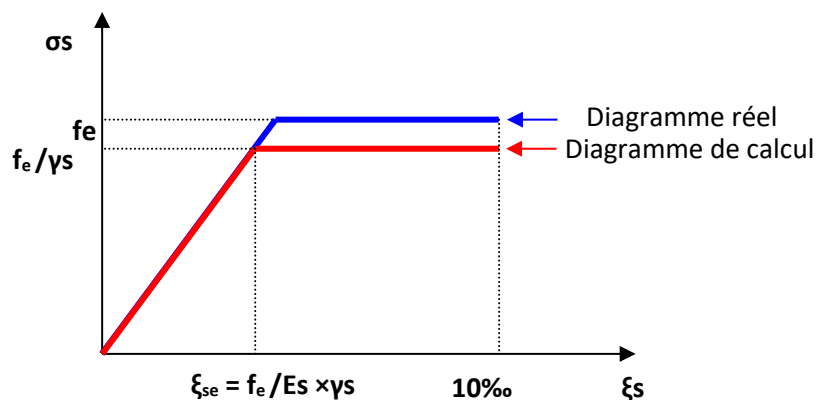


Fig. 2-6 : Diagramme déformations-contraintes de l'acier

D. Règles des trois pivots (B.A.E.L. A.4.3.41) :

Le diagramme des déformations de la section, passe par l'un des 3 points A, B ou C représentés sur la figure ci-dessous. Ces points, appelés pivots, sont définis de la manière suivante :

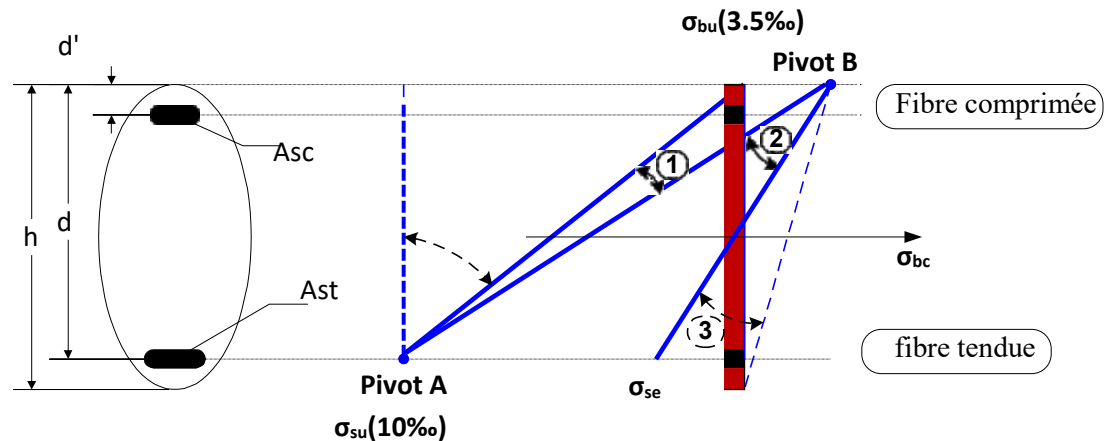


Fig. 2-7 : Diagrammes des déformations limites en ELU (Règle des trois pivot)

Pivot A (Domaine 1): $0 \leq \alpha \leq 0.259$

- ♣ Allongement de l'acier est pris constant : $\epsilon_{st} = 10\text{‰}$
- ♣ Pièces soumises à la traction simple ou à la flexion simple ou composée.

Pivot B (Domaine 2):

- ♣ Raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée : $\epsilon_{bc} = 3,5 \text{‰}$;
- ♣ Pièces soumises à la flexion simple ou composée (béton partiellement comprimé).

Pivot C (Domaine 3):

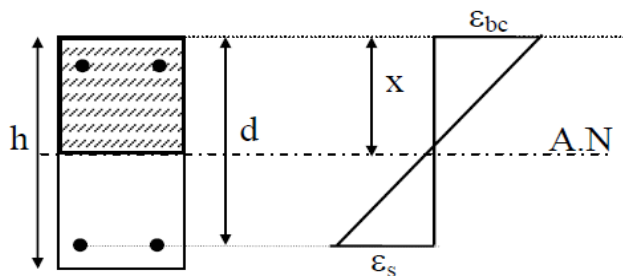
- ♣ Raccourcissement du béton comprimé $\epsilon_{bc} = 2 \text{‰}$ pour $y_u = (3/7)h$
- ♣ Pièces soumises à la compression simple (Si la droite de déformation est parallèle à la droite représentative de la section avant déformation) ou à la flexion composée.

Exercice d'application 01 :

Déterminer la valeur de α dans les cas des diagrammes de déformations suivants :

- Le diagramme de déformation passe par le pivot A et une déformation du béton de compression égale à 2.5‰.
- Le diagramme de déformation passe par le pivot B et une déformation d'acier égale à 5‰
- Le diagramme de déformation passe par la droite AB.

Solution :



$$\alpha = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_s}$$

- Le diagramme de déformation passe par le pivot A et une déformation du béton de compression égale à 2.5‰.

Donc : $\xi_{bc} = 2.5\text{‰}$ et $\xi_{sc} = 10\text{‰}$

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{sc}} = \frac{2.5}{2.5 + 10} = 0.2$$

- Le diagramme de déformation passe par le pivot B et une déformation d'acier égale à 5‰ :

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{sc}} = \frac{3.5}{3.5 + 5} = 0.411$$

- Le diagramme de déformation passe par la droite AB

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{sc}} = \frac{3.5}{3.5 + 10} = 0.259$$

2.5.2. État limite de service (E.L.S): (B.A.E.L Art. A.4.5,2)

Qui constituent les limites au-delà desquelles les conditions normales d'exploitation de la construction ne sont plus satisfaites. On est ainsi amené à considérer :

- ♣ Une limite pour la valeur de la compression du béton ;
- ♣ Une limite pour l'ouverture des fissures ;
- ♣ Une limite pour les déformations des éléments d'une construction ;

a) État limite de compression du béton : (B.A.E.L Art. A.4.5,2)

La contrainte de compression dans le béton est limitée à $0.6 f_{cj}$.

Pour un béton âgé de plus de 28 jours, il vient : $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0.6 \times f_{c28}$

b) État limite d'ouverture de fissures : (B.A.E.L Art. A.4.5,3)

D'une manière générale, on parvient à limiter l'ouverture des fissures en utilisant un pourcentage suffisant d'armatures tendues, en évitant d'employer des aciers de trop gros diamètre, et en répartissant convenablement les armatures. En ce qui concerne la fissuration on distinguera trois cas :

♣ **Cas 1 - fissuration peu préjudiciable (FPP - intérieur) :**

La fissuration est considérée comme peu préjudiciable lorsque :

- Les éléments sont situés dans des locaux couverts et clos et ne sont pas soumis à des condensations (sauf exceptionnellement et pour de courtes durées) ;

Dans ce cas il n'y a aucune vérification particulière à effectuer : $\bar{\sigma}_{st} = fe$

♣ **Cas 2 - fissuration préjudiciable (FP) :**

La fissuration est considérée comme préjudiciable lorsque les éléments sont exposés aux **intempéries** ou à **des condensations** ou peuvent être alternativement noyés ou émergés en eau douce.

$$\sigma_{st} \leq \bar{\sigma}_{st} = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} fe; 110 \sqrt{\eta \times f_{tj}} \right\}$$

fe : limite élastique.

η : coefficient de fissuration, avec :

$\eta = 1$ pour ronds lisse (RL)

$\eta = 1,6$ pour H.A (diamètres ≥ 6 mm)

f_{tj} : la contrainte du béton à la traction à j jours en MPA.

♣ **Cas 3 - fissuration très préjudiciable (FTP) :**

La fissuration est considérée comme très préjudiciable lorsque les éléments sont exposés à un milieu agressif (eau de mer ou l'atmosphère marine, embruns, brouillards salins, eau très pure, les gaz ou sols particulièrement corrosif) ou doit

assurer une étanchéité.

La contrainte de traction des armatures tendues est limitée à :

$$\sigma_{st} \leq \bar{\sigma}_{st} = \text{Min} \left\{ \frac{1}{2} f_e; 90 \sqrt{\eta \times f_{tj}} \right\}$$

C) valeurs limites des flèches : (B.A.E.L

À titre d'exemple, il est conseillé de vérifier que la flèche d'une poutre ne dépasse pas:

- ♣ Pour les éléments supports reposant sur deux appuis :

$$f \leq \frac{L}{500} \text{ si } \dots\dots\dots L \leq 5\text{m}$$
$$f \leq \frac{L}{1000} + 0.5\text{cm} \text{ si } \dots\dots\dots L > 5\text{m}$$

- ♣ Pour les éléments supports en console:

$$f \leq \frac{L}{250} \quad \text{si } \dots\dots\dots L \leq 2\text{m}$$

2.6. Condition de non - fragilité (Ferrailage minimal): (B.A.E.L.A.4.2,1) :

Une section est considérée comme non fragile lorsque les sollicitations provoquant la fissuration du béton inférieur à la limite élastique des aciers « fe ». Une section minimum d'armatures longitudinales est imposée réglementairement.

Cette section doit équilibrer la sollicitation de fissuration du béton non armé.

- ♣ Pour des pièces soumises à la traction simple : la condition de non-fragilité à la traction

fe : limite d'élasticité de l'acier.

$$A_s \geq A_{smin} = \frac{B \times f_{t28}}{f_e}$$

B : section totale du béton tendu.

f_{t28} : résistance caractéristique du béton à la traction.

- ♣ Pour les pièces de section rectangulaire soumises à la flexion simple

b et d : sont les dimensions de la section.

$$A_s \geq A_{smin} = 0.23 \frac{b \times d \times f_{t28}}{f_e}$$

Exercice d'application :

- à l'Etat Limite Ultime (E.L.U.):

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad ; \quad \gamma_s = 1,15 \text{ "Cas général" ; } f_e = 500 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \sigma_s = \frac{500}{1.15} = 434,78 \text{ MPa}$$

- à l'État Limite de Service (E.L.S.):

La contrainte limite de traction du béton :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06 \cdot 25 = 2,1 \text{ MPa}$$

♣ **La contrainte limite de traction des aciers (fissuration préjudiciable):**

Le bâtiment se trouvant près de la mer donc la fissuration est considérée préjudiciable

$$\bar{\sigma}_{st} = \inf\left(\frac{2}{3} f_e ; 110\sqrt{\eta f_{tj}}\right) = \inf\left(\frac{2}{3} \times 500 ; 110\sqrt{1.6 \times 2.1}\right)$$

$$\bar{\sigma}_{st} = \mathbf{inf(333,33 ; 201,63) = 201,63 \text{ MPa}}$$

SERIE N° 02

Exercice 01 : Déterminer la contrainte de traction (σ_t) du béton due au retrait, sachant que l'élément étudié se trouve à la ville de Mila.

Est-ce que des fissures sont possibles dans ce cas (pour $j=28$) ? Justifier votre réponse ?

On donne $f_{c28}=25\text{Mpa}$.

Exercice 02 : Une éprouvette cylindrique en béton armé (16cm×32cm), supporte une charge verticale de compression de valeur $F=0.4\text{MN}$.

La résistance du béton est prise égale à $f_{c28}=25\text{Mpa}$.

Quel sera le raccourcissement à long terme de cette éprouvette (béton et acier) dans un climat humide, et dont le chargement commencé après trois mois de l'âge du béton ?

Exercice 03: Designer par le symbole correspondant, la charge variable (Q) et permanente (G) dans la liste ci-contre :

- Plancher béton armé
- Voile B.A
- Coffre-fort sur plancher
- Cloisons sur plancher
- Poutre en béton armé
- Charpente bois ou métal
- Chauffe-eau 200dm³
- Neige sur versant ou terrasse
- Personnes sur planchers
- Voitures (action des roues)

Exercice 4 : On considère une poutre de rive s'un bâtiment où la fissuration est considérée préjudiciable et la résistance caractéristique du béton utilisée est de 25Mpa

Quelle est la contrainte limite de traction d'un acier FeE400 pour une détermination à l'E.L.S ?

Chapitre III :

Adhérence et ancrage

3.1. Généralité :

Les forces extérieures agissant sur les pièces en béton armé sont normalement appliquées au béton. Les armatures ne peuvent donc intervenir que s'il y a des efforts du béton elles-mêmes. Les conditions de résistance d'un élément en béton armé supposent que les armatures ne glissent pas à l'intérieur du béton ($\xi_b = \xi_s$).

C'est le phénomène d'adhérence qui empêche ou limite ces ne glissements.

Dans l'association béton + acier, le béton résiste aux efforts de compression et l'acier résiste aux efforts de traction et éventuellement aux efforts de compression si le béton ne suffit pas pour prendre tous les efforts de compression qui existent.

Béton : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Résistance à la Compression (:20 MPa à 40MPa)} \\ \text{Résistance à la traction : 2 MPa à 4MPa)} \end{array} \right.$

Acier : Traction ou compression (200 MPa à 500 MPa) .

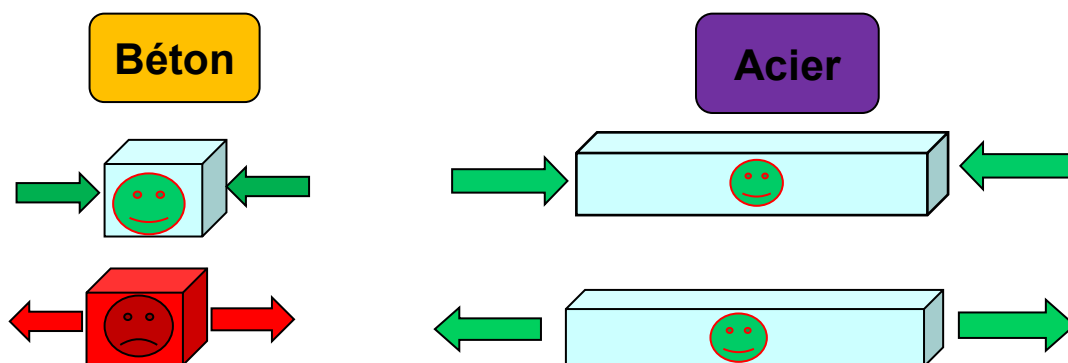


Fig. 3-1 : Association béton - acier

Les justifications que nous effectuerons pour assurer l'adhérence en ELU (A6 du BAEL) porteront sur :

- ♣ La limitation de l'entraînement des armatures de façon à ne pas endommager le béton les entourant
- ♣ Les ancrages des extrémités de barres,
- ♣ Les jonctions,
- ♣ Les recouvrements,
- ♣ Les coutures des barres.

3.2. Contrainte d'adhérence:

La contrainte d'adhérence est définie comme étant le rapport entre la variation par unité de longueur de l'effort axial équilibré par la barre et le périmètre de cette barre:

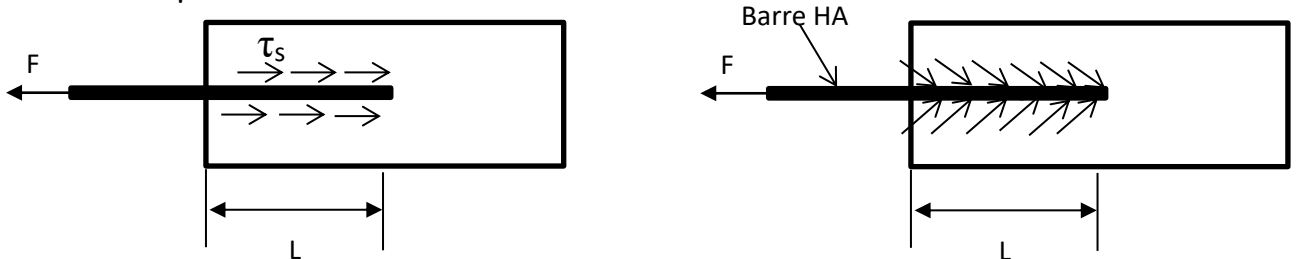


Fig. 3-2 : Contrainte d'adhérence

La barre est donc soumise :

- à l'effort de traction F ,
- à la contrainte d'adhérence τ_s correspondant aux efforts du béton incliné à 45° . La contrainte est constante sur toute la longueur l de la barre et est répartie tout autour de celle-ci, sur une surface égale à $\pi \phi$.

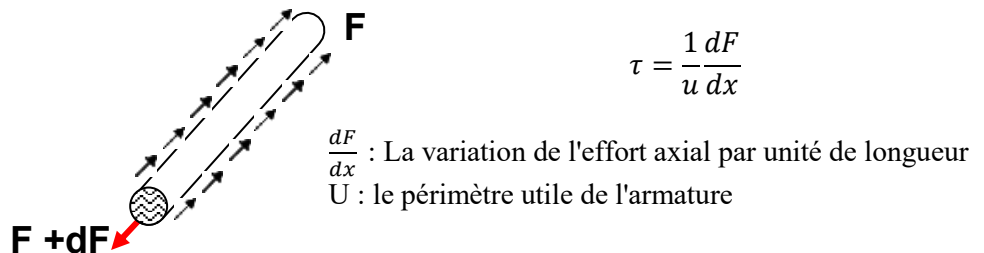


Fig. 3-3 : L'équilibre d'un tronçon de barre de longueur dx .

Remarque :

Si l'armature est isolée : le périmètre utile de l'armature 'U' égale à son périmètre nominal. Lorsque les armatures sont groupées en paquet il faut que la hauteur du paquet (h_p) soit au plus égale à 2 fois sa largeur « l_p », dans ce cas le périmètre utile est égale au périmètre nominal à la section droite au paquet. Pour des paquets de barres de même diamètre ϕ . Nous aurons :

- 1 barre : $u = \pi \phi = 3.14 \phi$
- 2 barre : $u = (\pi+2) \phi = 5.14 \phi$
- 3 barre : $u = (\pi+3) \phi = 6.14 \phi$

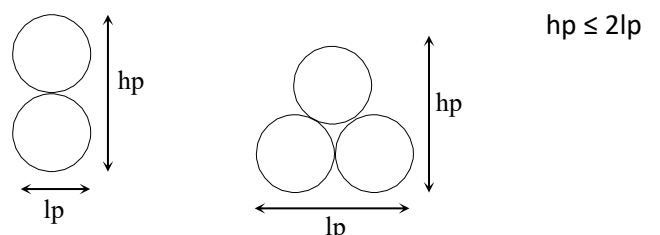


Fig. 3-4 : périmètre utile des armatures groupées

3.3. Contrainte limite d'adhérence :

Pour assurer un ancrage correct, c'est-à-dire empêcher le glissement de l'armature dans la gaine de béton qui l'entoure, il faut limiter la contrainte d'adhérence à la valeur :

$$\tau_s = 0.6\psi^2 f_{tj}$$

f_{tj} : La résistance du béton en traction en Mpa.

ψ : Coefficient de scellement

$\psi = 1$ Pour les aciers lisses 'R.L'

$\psi = 1.5$ Pour les aciers haute adhérence 'H.A'

3.4. Facteurs agissant favorablement sur l'adhérence :

L'adhérence est favorisée par :

- ♣ La résistance du béton : L'adhérence augmente avec l'augmentation de la résistance à la compression du béton
- ♣ L'âge du béton, le même effet que sur la résistance
- ♣ L'épaisseur du béton : Plus l'élément est épais plus l'adhérence est assurée car l'épaisseur du béton évite l'éclatement.
- ♣ l'état de surface des aciers : l'adhérence est améliorée lorsque la barre possède une surface rugueuse.
- ♣ La conservation dans un environnement humide agit favorablement sur l'adhérence.
- ♣ Les armatures doivent être bien enrobées.
- ♣ Forme des barres.
- ♣ Groupement d'armatures :
 - l'adhérence de deux barres groupée dans le sens verticale est supérieure à l'adhérence de 2 barres groupées horizontalement.

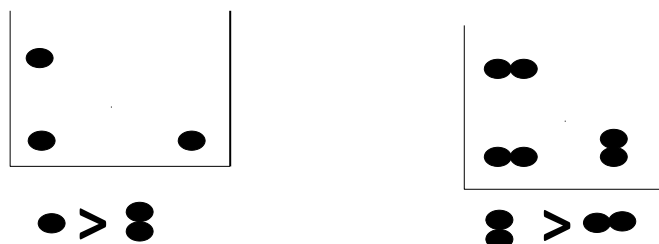


Fig. 3-5 : Groupement d'armatures

- L'adhérence d'une barre individuelle est supérieure à l'adhérence de deux barres groupées.

3.5. Ancrage des barres :

L'ancrage d'une armature dans une pièce de béton armé se caractérise par le fait que cette armature ne peut pas glisser suivant son axe par rapport à la pièce du béton armé.

On parle d'un bon ancrage d'une barre lorsque l'effort de traction exercé sur cette barre est entièrement équilibré par l'adhérence entre le béton et l'acier dans la zone d'ancrage.

3.5.1. Ancrage droit :

Les barres rectilignes sont ancrées sur une longueur « l_s » dite longueur de scellement droit donnée par l'expression :

En effet : la section d'acier : $A_s = \frac{\pi\phi^2}{4}$

Le périmètre d'acier $U = \pi\phi$

L'équation d'équilibre s'écrit : $A_s \times f_e = U \times l_s \times \tau_s$

$$F = \frac{\pi\phi^2}{4} f_e = \pi\phi \times l_s \times \tau_s \longrightarrow \frac{\phi}{4} f_e = l_s \times \tau_s$$

$$D'où : l_s = \frac{\phi f_e}{4\tau_s}$$

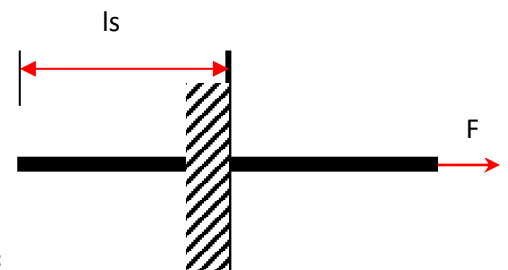


Fig. 3-6 : Ancrage droit

A défaut de calcul précis, le BAEL (article A.6.1, 221) permet d'adopter les valeurs forfaitaires suivantes :

- ♣ 40 ϕ pour les aciers à haute adhérence Fe E 400 de s au moins égal à 1,5 ;
- ♣ 50 ϕ pour les aciers à haute adhérence Fe E 500 de s au moins égal à 1,5 et pour les aciers lisses Fe E 215 et Fe E 235.

Ancrage par courbure des barres tendues

La longueur « l_s » est souvent trop importante par rapport à ce que l'on dispose pour cela, on utilise les ancrages courbes.

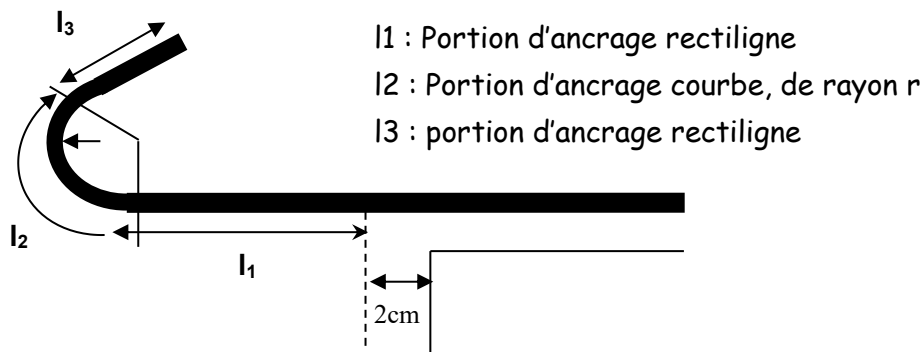


Fig. 3-7 : Ancrage courbe de barres tendues

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } C \leq 5\phi \quad l_r = l_a \\ \text{si } C > 5\phi \quad l_r = l_a + C \end{array} \right\} \text{ Avec : } \left\{ \begin{array}{l} l = 0.6l_s \text{ pour les aciers RL} \\ \text{si } C > 5\phi \quad l_r = l_a + C \text{ pour les aciers HA} \end{array} \right\}$$

Selon le BAEL, (A.6.1,251 et A.6.1,252) les valeurs minimales des rayons de courbure r sont :

♣ **Aciers en barres ronds lisses :**

- Pour les ancrages des armatures : $r \geq 3 \phi$
- Façonnage des cadres, étriers, épingles : $r \geq 2 \phi$

♣ **Aciers en barres à haute adhérence :**

- Pour les ancrages des armatures: $r \geq 5.5 \phi$
- Façonnage des cadres, étriers, épingles : $r \geq 2 \phi$ en général

Selon le BAEL (A.6.1,255) ,on admet que les ancrages des extrémités des barres façonnées en cadres, étriers et épingles sont assurés par courbure suivant le rayon minimal, si les parties courbes sont prolongées par des parties rectilignes de longueur (l3) en fonction de la courbure de l'acier :

- 5ϕ à la suite d'un arc de cercle de 180° ,
- 10ϕ à la suite d'un arc de cercle de 135° ,
- 15ϕ à la suite d'un arc de cercle de 90° .



Fig. 3-8 : Ancrage des cadres, étriers et épingles.

3.6. Jonction des barres : recouvrement

Les armatures trouvées dans le commerce ayant une longueur limitée, il est parfois nécessaire pour certains éléments de plus grande longueur, d'utiliser plusieurs barres. Pour établir la continuité entre les barres, nous effectuerons un recouvrement, c'est à dire que nous ferons chevaucher les barres sur une longueur « l_r », dite longueur de recouvrement.

3.6.1. Jonction des barres droites :

Les armatures trouvées dans le commerce ayant une longueur limitée, il est parfois nécessaire pour certains éléments de plus grande longueur, d'utiliser plusieurs barres. Pour établir la continuité entre les barres, nous effectuerons un recouvrement, c'est à dire que nous ferons chevaucher les barres sur une longueur « l_r » dite longueur de recouvrement (scellement).

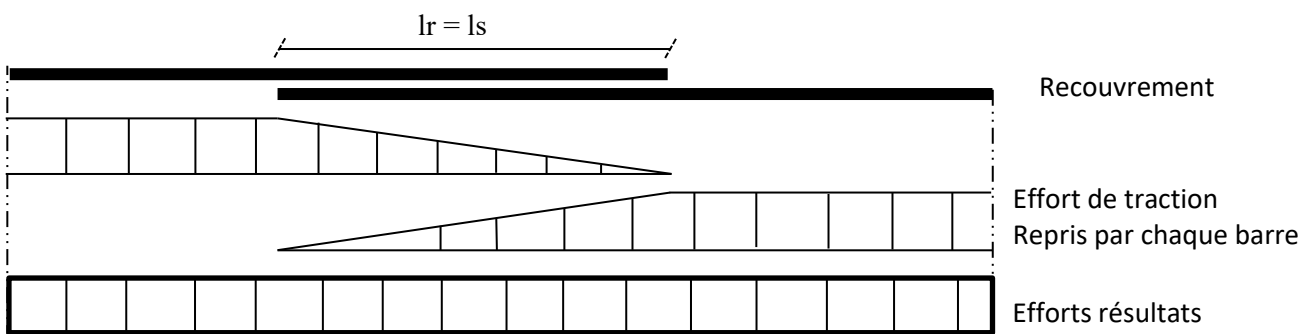


Fig.3-9: distribution des efforts de traction au niveau de la zone de recouvrement

a. Jonction des barres tendues rectilignes :

♣ Simple recouvrement des extrémités de barres (article A.6.1,223)

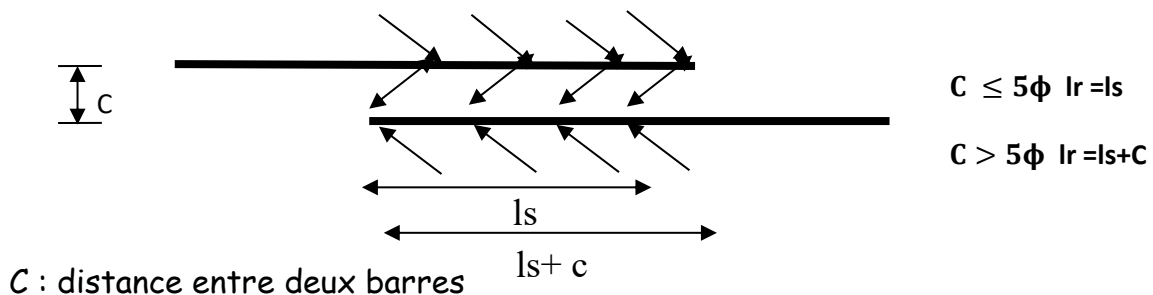


Fig. 3-10 : Simple recouvrement des extrémités des barres sans crochets

♣ **Recouvrement par couvre joint :**

Les 2 barres sont dans le même alignement. La transmission est assurée par une 3ème barre de même diamètre.

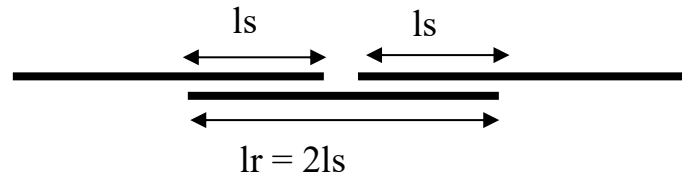


Fig. 3-11 : Recouvrement par couvre joint

♣ **Armatures de couture des recouvrements (article A.6.1,23 et A.6.2,3)**

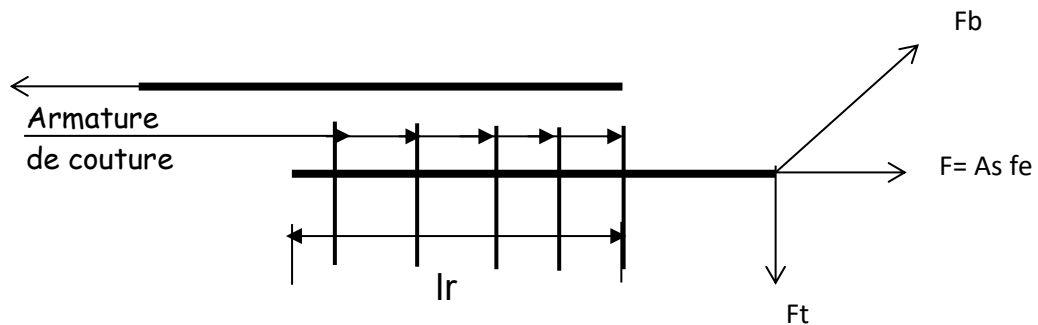


Fig. 3-12 : Armatures de couture des recouvrements

La transmission des efforts se fait toujours par des bielles inclinées à 45° sur l'axe de l'armature.

Nous pouvons décomposer l'effort de traction : $F = A_s \times f_e$

En une composante oblique F_b équilibrée par les bielles de béton et une composante verticale F_t équilibrée par ces armatures de couture.

$$A_t \cdot f_{et} = A_s \cdot f_e$$

$$\sum A_t f_{et} = A_s f_e$$

$\sum A_t f_{et}$: Effort de traction dans les armatures de couture égal et opposé à la composante F_t

f_{et} : Limite élastique des aciers utilisés comme armatures de couture.

A_t : section totale des brins d'une nappe d'armatures de couture.

A_s = section des armatures à recouvrir et f_e leur limite élastique.

Les armatures de couture auront des petits diamètres de manière à assurer une bonne répartition de ces armatures sur la jonction.

b. Jonction de barres tendues avec crochets normaux aux extrémités

La longueur « l_s » est souvent trop importante par rapport à ce que l'on dispose pour cela, on utilise les ancrages courbes.

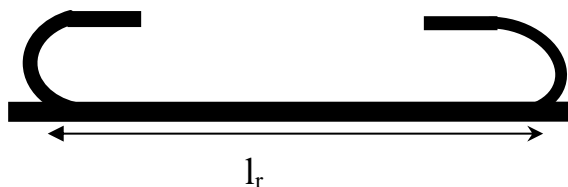


Fig. 3-13 : Jonction de barres tendues avec crochets normaux aux extrémités

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } C \leq 5\phi \quad l_r = l_a \\ \text{si } C > 5\phi \quad l_r = l_a + C \end{array} \right\}$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} l_a = 0.6l_s \text{ pour les aciers RL} \\ l_a = 0.4l_s \text{ pour les aciers HA} \end{array} \right\}$$

3.6.2. Jonction des barres comprimées rectilignes :

Selon l'article A.6.1, 24 du BAEL, Les jonctions de barres susceptibles d'être comprimées sont obligatoirement rectilignes.

Si la barre est toujours comprimée, si elle ne fait pas partie d'un paquet de 3 barres et si les entre axes des barres en jonction sont au plus égaux à 5 fois leur diamètre, nous pourrions considérer que :

$$l_r = 0.6l_s$$

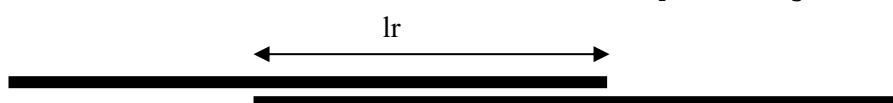


Fig. 3-14 : Simple recouvrement des extrémités des barres comprimées

3.7. Dispositions constructives :

3.7.1- Dénomination des armatures :

Dans les ouvrages en béton armé on distingue deux types d'armature :

♣ Les armatures longitudinales :

On utilise généralement de la haute adhérence avec de diamètres $\varphi \geq 12$ mm dans la partie tendue de la poutre pour reprendre les efforts de traction (armatures principales).

Dans la partie comprimée les barres de montage qui peuvent éventuellement reprendre une partie des efforts de compression lorsque le béton ne suffit pas.

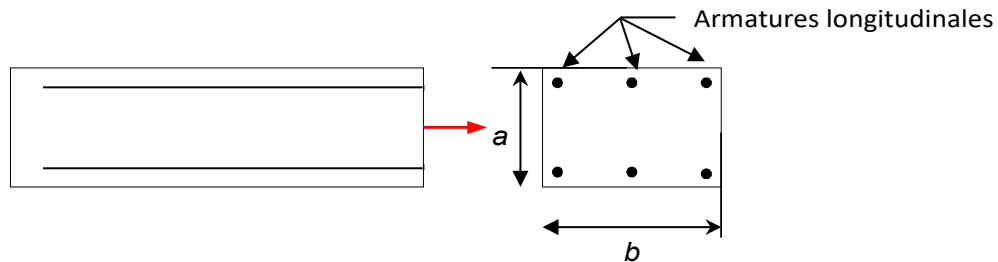


Fig. 3-15 : Les armatures longitudinales

♣ Les armatures transversales :

Elles ont un diamètre inférieur à 10 mm. Il existe trois sortes d'armatures transversales :

♣ Les armatures transversales sont disposées le long de la poutre, elles sont très rapprochées au niveau des appuis parce que l'effort tranchant est maximum.

♣ Les armatures transversales sont attachées aux barres longitudinales en maintenant leurs écartements.

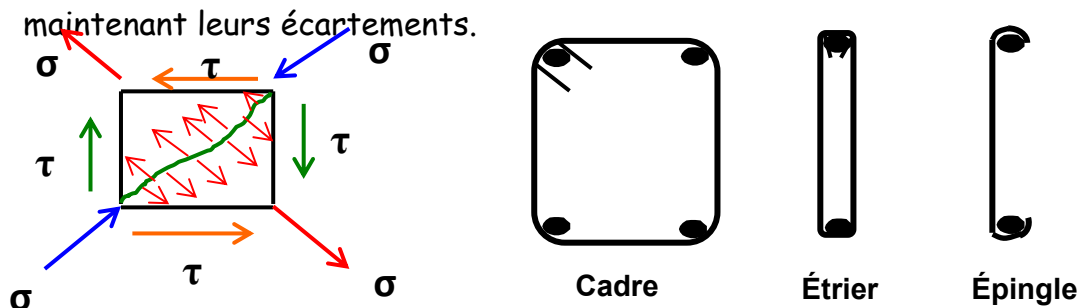


Fig. 3-16 : Les armatures transversales

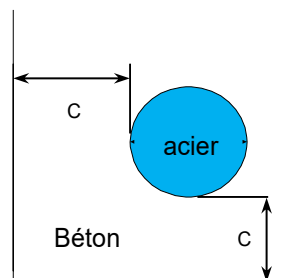
3.7.2. Protection des armatures :

a- L'enrobage :

Cette protection appelée l'enrobage "c". L'enrobage de toute armature doit au moins être égal à 5cm pour les ouvrages de mer ou exposés aux atmosphères très agressives.

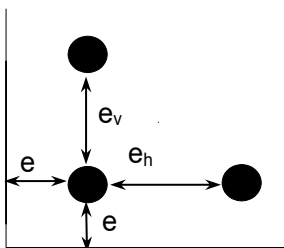
5 cm : pour les ouvrages soumis à des actions agressives (sols agressives) et des ouvrages exposés aux intempéries (pluie, neige) en contact avec un liquide.

3 cm : pour les superstructures



b- Distance entre barres :

barres isolées :



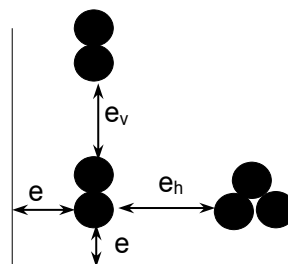
$$e > \max (\emptyset ; C_g)$$

$$e_h > \max (\emptyset ; 1,5.C_g)$$

$$e_v > \max (\emptyset ; C_g)$$

C_g : diamètre de granulats

Groupement des barres



$$e > \max (2.\emptyset ; C_g)$$

$$e_h > \max (2.\emptyset ; 1,5.C_g)$$

$$e_v > \max (2.\emptyset ; C_g)$$

Fig. 3-17 : Distance entre barres

SERIE N° 03

Exercice 01 : Déterminer la longueur équivalente de scellement droit pour une barre tendue d'une poutre intérieure prenant appui sur un poteau de rive

Données : Acier HA20 ; $f_e=500\text{MPa}$

Enrobage : $c=3\text{cm}$; crochet à 120° ; Longueur $l_1=8\emptyset$; section du poteau : $25\text{cm}\times 25\text{cm}$

Exercice 02 : Calculer la longueur l_1 nécessaire pour assurer l'ancrage total d'une barre HA16 d'une poutre reposant à chaque extrémité sur un voile B.A

Données : $f_{c28}=30\text{Mpa}$; $f_e= 500\text{Mpa}$; $\Psi_s =1.5$; enrobage = 2.5cm ; crochet à 135° , épaisseur du voile : 18 cm

Exercice 03 :

Déterminez la longueur de scellement droit d'une barre de nuance FeE400 et de diamètre $\emptyset =16\text{ mm}$ avec $f_{c28} = 25\text{MPa}$.

- Puis recalculer pour un ancrage courbe de 180° .

Chapitre IV :
Dimensionnement des
sections soumises aux
actions centrées :
Compression simple

4.1. Définition

Une pièce en béton armé est soumise à la compression simple lorsque les forces agissantes sur une section droite se réduisent à un effort normal N de compression appliqué au centre de gravité de la section.

N : l'effort normal $\neq 0$

T : l'effort tranchant $= 0$

M : le moment fléchissant $= 0$

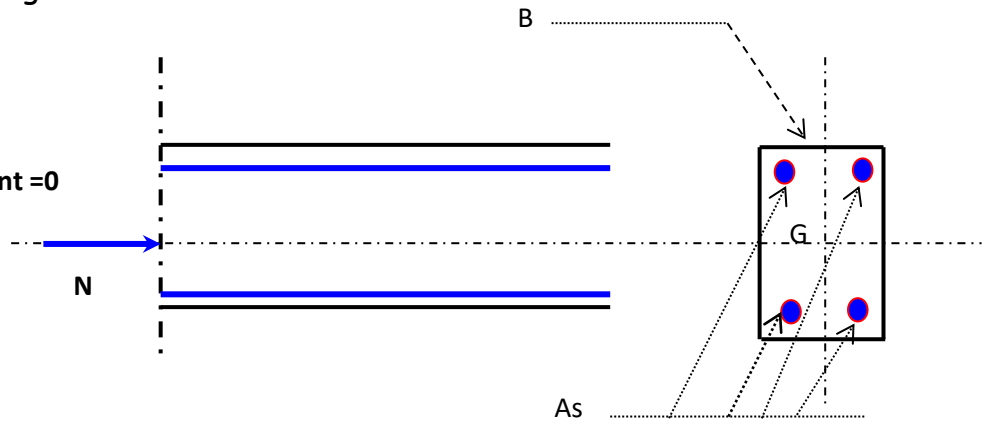


Fig.4-1 : Pièce soumise à la Compression

En pratique, les éléments de construction qui peuvent sollicités en compression simple sont :

- ♣ Les poteaux et voiles de bâtiments
- ♣ Les voûtes et coques
- ♣ Les piles ou culées de ponts

Pour avoir une compression centrée il vérifier les conditions suivantes :

- Il faut que le centre de gravité (CDG) soit centré.
- Il faut que la force soit appliquée dans le noyau central : $e_{max} = \frac{\text{dimension du noyau}}{2}$

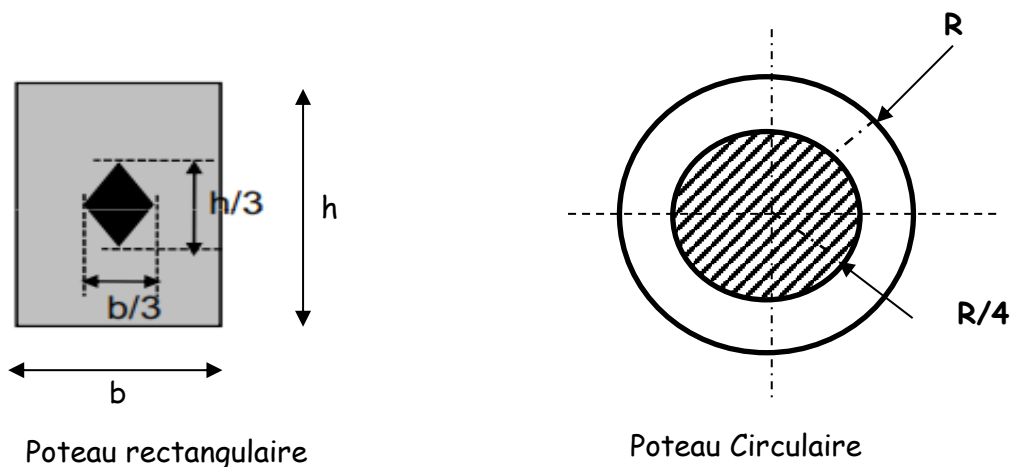


Fig.4-2 : noyau central

-
- L'élançement est limité à $\lambda \leq 70$
 - les efforts de flexion parasites sont faibles ou négligeables
les efforts de flexion dus aux charges latérales sont négligeables devant les efforts de compression
 - imperfection de rectitude $< \max(1\text{cm} ; l_0/500)$.
 - Dans un poteau sollicité en «compression centrée» le centre de gravité du béton et celui des armatures sont confondus.
 - La section de béton étant entièrement comprimée, le diagramme des déformations passe par le Pivot C ($\epsilon_{bc} = 2\text{‰}$).
 - Il n'y a pas de glissement relatif entre l'acier et le béton ($\epsilon_{bc} = \epsilon_{sc} = 2 \text{‰}$).

4.2. Longueur de flambement et élançement d'un poteau :

4.2.1. Longueur de flambement : BAEL Art. B8.3

Le flambement est le phénomène qui est la cause du déplacement d'une partie du poteau dans une direction perpendiculaire à l'axe du poteau. Le poteau fléchit autour de son axe de plus faible inertie. La rupture par flambement peut provenir :

- des défauts géométriques initiaux du poteau,
- de son hétérogénéité,
- d'un moment parasite très faible.

Donc il est donc nécessaire de prendre en compte dans les calculs une longueur fictive du poteau appelée longueur de flambement L_f à la place de sa longueur réelle (appelée aussi longueur libre) l_0 .

La longueur de flambement L_f dépend du type de liaison présente aux extrémités de l'élément considéré. De façon générale :

$$l_f = K l_0$$

a- Cas du poteau isolé :

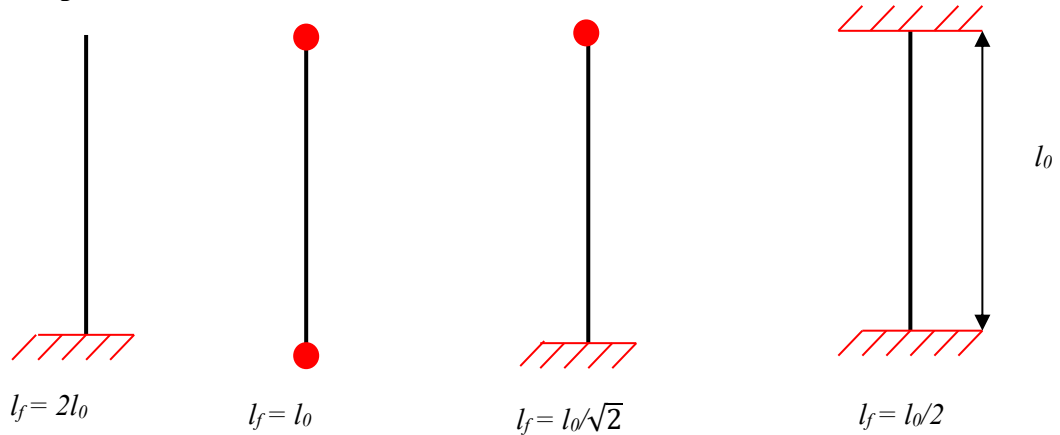


Fig. 4-2 : Relation entre la longueur libre l_0 et la longueur de flambement l_f

b- Cas des bâtiments : BAEL Art. B8.3.3

La longueur libre l_0 du poteau se mesure :

- ♣ Entre faces supérieures de deux planchers consécutifs ;
- ♣ Entre la face supérieure de la fondation et la face supérieure du premier plancher.

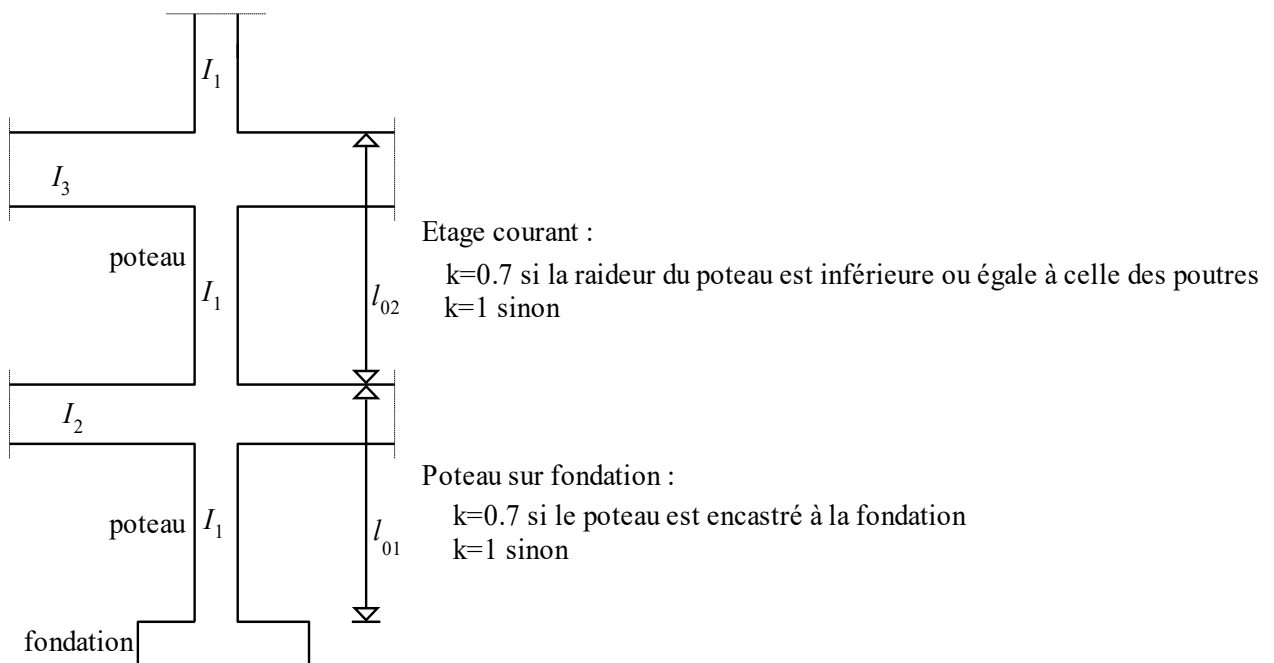


Fig. 4-3 : Longueur de flambement pour un bâtiment

$l_f = 0.7l_0$ si le poteau est encastré dans un massif de fondation ou assemblé à des poutres de même raideur que lui.

$I_f = I_0$ pour les autres cas (exemple : poteau d'angle)

4.2.2. L'élancement :

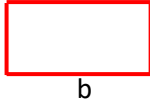
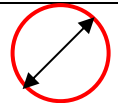
L'élancement est désigné par le symbole λ , et il est défini comme étant le rapport de la longueur de flambement l_f sur le rayon minimal de giration i de la section droite du béton seul, calculé dans le plan de flambement

$$\lambda = \frac{l_f}{i} \quad \text{Avec :} \quad i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}}$$

Où : I_{\min} : est le moment quadratique minimum de la section du poteau

B : est la section du poteau.

Exemple :

L'élancement (λ)	Rayon de gyration (i)	Inertie minimal (I_{\min})	La section (B)	Nature de la section
$2\sqrt{3} \frac{l_f}{a}$	$\frac{a}{2\sqrt{3}}$	$\frac{ba^3}{12}$	$a \times b$	
$4 \frac{l_f}{D}$	$\frac{D}{4}$	$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{\pi D^2}{4}$	

Remarque :

l'élancement mécanique λ_m défini précédemment ne doit pas être confondu avec l'élancement géométrique λ_G .

$$\lambda_m \neq \lambda_G \quad \lambda_m = l_f / i \quad \text{et} \quad \lambda_G = l_G / a$$

Où a est la plus petite dimension de la section

λ_G permet le classement des éléments en :

- ♣ éléments courts : $\lambda_G < 3$
- ♣ éléments longs : $\lambda_G \geq 3$

4.3. Effort normal résistant des poteaux soumis à une compression centrée :

Selon BAEL (Art. B 8.4), En compression « centrée » le calcul est conduit à l'ELU seulement. Le raccourcissement du béton sous compression « centrée » est limité à 2 ‰ (Pivot C). L'effort normal agissant doit être au plus égal à [7]:

$$N_u = B \times f_{bc} + A \times \sigma_{s2‰}$$

Où f_{bc} est la résistance limite du béton en compression simple, correspondant à $\varepsilon_s = \varepsilon_{bc} = 2‰$.

$$\begin{cases} f_{bc} = \frac{0.85 \times f_{c28}}{\theta \times \gamma_b} \\ \sigma_s = \sigma_{s2‰} \end{cases}$$

Après plusieurs corrections du B.A.E.L Pour plus de sécurité (rattraper les défauts d'exécution) on obtient :

- ♣ Le B.A.E.L à minoré la résistance par un coefficient α ,
- ♣ L'utilisation d'une section réduite de béton B_r au lieu de la section totale B , pour tenir compte de la sensibilité aux défauts d'exécution. On a obtenu la section (B_r) :

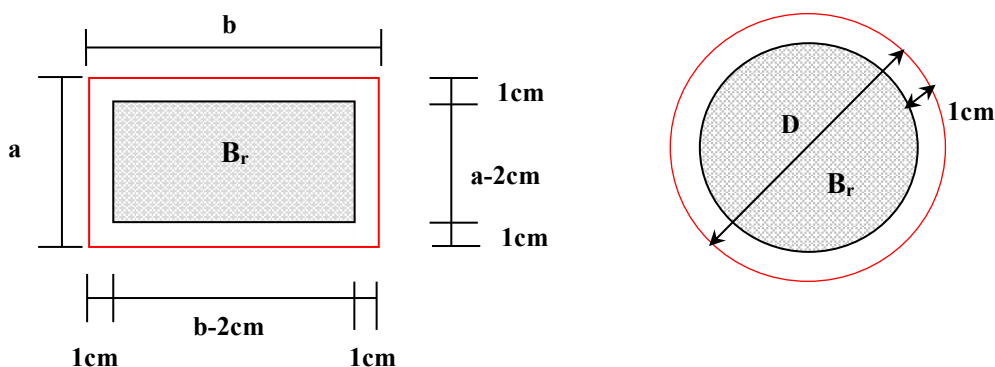


Fig. 4-4 : La section réduite du poteau (B_r)

Pour la section rectangulaire ($a \times b$): $B_r = (a-2 \text{ cm}) \times (b-2 \text{ cm})$

Pour la section circulaire : $B_r = \frac{\pi(D-2)^2}{4}$

On multiplie la fonction précédente par un coefficient (α) de réduction pour prendre en compte l'effet de flambement on trouve l'effort normale ultime :

$$N_u \leq \overline{N_u} = \alpha \left[\frac{B_r \times f_{c28}}{0.9 \times \gamma_b} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \right]$$

α : est un coefficient fonction de l'élanement mécanique λ .

$\lambda = \max_{(x,y)}(\lambda_x; \lambda_y)$ Avec :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \alpha = \frac{0.85}{1 + 0.2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2} & \text{Pour } 0 < \lambda \leq 50 \\ \alpha = 0.6 \left(\frac{50}{\lambda} \right)^2 & \text{Pour } 50 < \lambda \leq 70 \end{array} \right.$$

De plus :

- Si plus de la moitié des charges est appliquée après 90 jours $\Rightarrow \alpha = \alpha$
- Si on commence à utiliser l'ouvrage très rapidement après décoffrage :
 - On divise α par 1.1 si la moitié des charges est appliquée à $j < 90$ jours
 - On divise α par 1.2 si la majeure partie des charges est appliquée à $j < 28$ jours et on remplace f_{c28} par f_{cj} .

4.4. prédimensionnement des poteaux :

Pour le prédimensionnement des poteaux, le BAEL exige que la section du béton doive résister aux efforts de compression simple [8] :

$$B \geq \frac{N_u}{0.6 \times f_{c28}}$$

Avec :

B : la section du béton

N_u : l'effort normal ultime d'un poteau

f_{c28} : la résistance du béton à 28 jours

4.5. Calculer la section d'acier :

4.5.1. Acier longitudinal :

En théorie le béton résiste bien à la compression. Donc les armatures ne sont pas nécessaire, mais réellement la plupart des cas les charges ne sont pas centrée

(absence de la symétrie, défauts dans la réalisation...etc.). Pour cela on ajoute les armatures.

À partir de la relation exprimant N_u on peut dégager les expressions qui permettent le calcul des sections d'armatures longitudinales nécessaires :

$$A_{th} \geq \left[\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0.9 \gamma_b} \right] \frac{\gamma_s}{f_e}$$

4.5.2. Sections d'acier minimal et maximal

On sait que :

- ♣ un élément insuffisamment armé est fragile
- ♣ un élément trop armé est irréalisable correctement.

Cette quantité d'aciers A_s doit également vérifier : $A_{min} \leq A_s \leq A_{max}$

A_{min} = section minimale d'armatures

- ♣ B.A.E.L exige: $A_{min} = \max(4P \text{ cm}^2/\text{m}, 0,2\%B)$

P : périmètre du poteau en mètre

B : la section totale de béton en cm^2

Où encore

A_{max} = section maximale d'aciers

- ♣ B.A.E.L exige : $A_{max} = 5\%B$ où B = section totale de béton en cm^2

Si les calculs aboutissent à :

- ♣ $A_s < A_{min} \Rightarrow$ on prend $A_s = A_{min}$
- ♣ $A_s > A_{max} \Rightarrow$ on augmente la section de béton

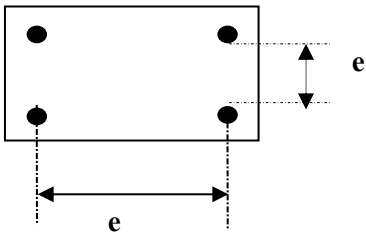
4.6. Dispositions constructives :

4.6.1. Espacement entre les armatures longitudinales :

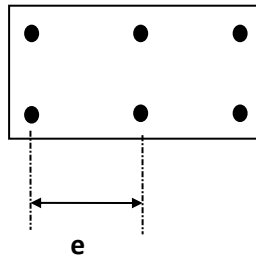
A. Section rectangulaire :

- ♣ Les armatures longitudinales des poteaux rectangulaires doivent être placées dans les angles de façon à assurer au mieux la résistance à la flexion de la pièce dans les directions les plus défavorables.
- ♣ Dans une pièce de section rectangulaire, la distance maximale e de deux

armatures voisines sur une même face Si $\lambda > 35$:

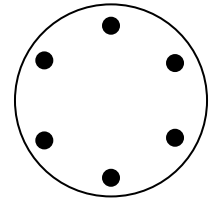
$$e \leq \min \begin{cases} 40 \text{ cm} \\ a + 10 \text{ cm} \end{cases}$$


Dans le cas, où la condition sur e n'est pas vérifiée, il faut revoir le choix des armatures et placer un plus grand nombre de files de manière à respecter ces conditions d'espacement.



B. Poteaux à section circulaire :

Disposer au moins 6 barres régulièrement réparties sur le pourtour de la section de diamètre 12mm au minimum



4.6.2. Longueur de recouvrement :

La longueur de recouvrement l_r est au moins égale à : $l_r = 0.6L_s$

L_s : Longueur de scellement

$$l_s = 40\phi_l \quad \text{pour FeE 400}$$

$$l_s = 50\phi_l \quad \text{pour FeE 500}$$

avec ϕ_l : diamètre des armatures longitudinales

4.6.3. Armatures transversales :

Les armatures transversales doivent maintenir toutes les barres prises en compte dans les calculs de résistance. Le rôle principal des armatures transversales est d'empêcher le flambage des aciers longitudinaux.

1 - Diamètre :

Le diamètre des armatures transversales est au moins égal au tiers du diamètre des armatures longitudinales (ϕ_l) qu'elles maintiennent :

$$\frac{\phi_l}{3} \leq \phi_t \leq 12mm$$

2 - Espacement entre deux cadres « St » :

♣ Zone courante :

B.A.E.L exige: $St \leq \min(40 \text{ cm} ; a + 10 \text{ cm} ; 15\phi_{l \min})$

a: la plus petite dimension de la pièce.

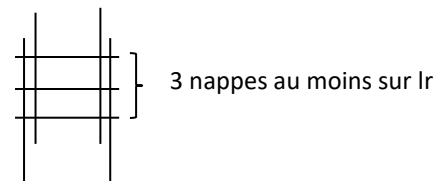
RPA exige : $St \leq 15\phi$ en zone I et IIA

$St \leq \text{Min} (b_1/2 ; h_1/2 ; 10\phi_1)$ en zone IIb et III

♣ En zone de recouvrement ou nodale:

B.A.E.L : exige au moins **trois nappes d'armatures**

Transversales :



Remarque : Dans la zone nodale les cadres et les étriers doivent être fermés par des crochets à ayant une longueur droite : de $10\phi_t$ minimum

Exercice d'application 01 : (Poteau rectangulaire)

Déterminer les armatures d'un poteau à section rectangulaire de 400 x 300 mm soumis à un effort normal centré $N_u = 150T$.

Ce poteau fait partie de l'ossature d'un bâtiment à étages multiples (étage courant) contreventé par des refends et sa hauteur libre a pour valeur $L_0 = 4,24m$.

Les armatures longitudinales sont en acier de nuance Fe E400, et la résistance caractéristique du béton est $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$

Solution :

Pour l'état-limite ultime de stabilité de forme, comme le poteau est soumis à une compression centrée, L'élançement du poteau est égal à :

1. Armatures longitudinales

$$l_f = \frac{l_0}{\sqrt{2}} = 3\text{m}$$

$$\lambda = 2 \sqrt{3} l_f/a \Rightarrow a = 2 \times 1.73 \times 3 / 0.3 = 34.6 < 50$$

Alors le coefficient de minoration α sera égal à :

$$\alpha = 0.85 / [1 + 0.2(34.6/35)^2] = 0.71$$

$$\text{Calculons } Br = (400-20)(300-20) = 106400 \text{mm}^2$$

$$A_{th} \geq \left[\frac{Nu}{\alpha} - \frac{Br f_{c28}}{0.9 \gamma_b} \right] \cdot \frac{\gamma_s}{f_e}$$

$$A_{th} \geq \left[\frac{1500000}{0.71} - \frac{106400 \times 25}{1.35} \right] \cdot \frac{1.15}{400} = 1542 \text{mm}^2$$

$$A_{\min} = \max(4p, 0.2B/100)$$

$$4p = 4(a+b) \times 2 = 5.6 \text{ cm}^2$$

$$; 0.2 B/100 = 0.2(0.3 \times 0.4)/100 = 0.024 \text{ cm}^2$$

$$A_{\min} = 5.6 \text{ cm}^2$$

$$A_{\max} \leq 5 \times B/100 = 5(0.3 \times 0.4)/100 = 0.6 \text{ cm}^2$$

d'où :

$$\text{Asc} = 15.42 \text{ cm}^2 \text{ Soit } 8H.A 16 (16.08 \text{cm}^2)$$

2. Armatures transversales :

$$\varnothing_t \geq \varnothing_{l_{\max}} / 3 = 16/3 = 6 \text{mm on prend } \varnothing_t = 6 \text{ mm}$$

d'après cette condition : Les armatures transversales seront constituées par des barres de 6 mm de diamètre en acier Fe E215

$$t < \min \{ 40 ; a+10 ; 15 \varnothing_{l_{\min}} \}$$

$$t < \min \{ 40 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 15 \times 16 = 24 \text{ cm} \}$$

On prend $t = 20 \text{ cm}$

Exercice d'application 02 : (Poteau circulaire) :

Un poteau isolé de bâtiment industriel supporte un effort normal ultime de compression $N_u=1.8$ MN. Sa longueur libre est $L_0= 4.00$ m. Ce poteau est encastré en pied dans sa fondation et supposé articuler en tête.

Caractéristiques des matériaux : Béton : $f_{c28}=25$ Mpa et Acier : FeE400

En supposant que l'élanement du poteau est de $\lambda = 35$ et que la section du poteau est circulaire.

1. Déterminer les dimensions de la section.
2. Calculer le ferrailage du poteau et représenter la section transversale du poteau.

Solution :

Armatures longitudinales

$$l_f = \frac{l_0}{\sqrt{2}} = 2.83\text{m}$$

$$\lambda = 4 l_f / D_1 \Rightarrow D_1 = 4 \times 2.83 / 35 = 0.32\text{m}$$

$$\alpha = 0.85 / [1 + 0.2(35/35)^2] = 0.708$$

Donc , on prend : $D=35$ cm.

$$\text{Calculons } B_r = \pi(D-0.02)^2 / 4 = 0.085\text{m}^2$$

$$A_{th} \geq \left[\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0.9 \gamma_b} \right] \cdot \frac{\gamma_s}{f_e}$$

$$A_{th} \geq \left[\frac{1.8}{0.708} - \frac{0.085 \times 25}{1.35} \right] \cdot \frac{1.15}{400} = 2.784 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$$

$$A_{th} = 27.84 \text{ cm}^2$$

$$A_{min} = \max(4p, 0.2B/100)$$

$$4 p = 4\pi \times 0.35 = 4.39 \text{ cm}^2 ; \quad 0.2 B/100 = 0.2(\pi \times 35^2 / 4) / 100 = 1.92 \text{ cm}^2$$

$$A_{min} = 4.4 \text{ cm}^2$$

$$\text{d'où : } A_{sc} = 27.84 \text{ cm}^2$$

$$\text{Soit } 9H.A 20 (28.27\text{cm}^2)$$

3. Armatures transversales

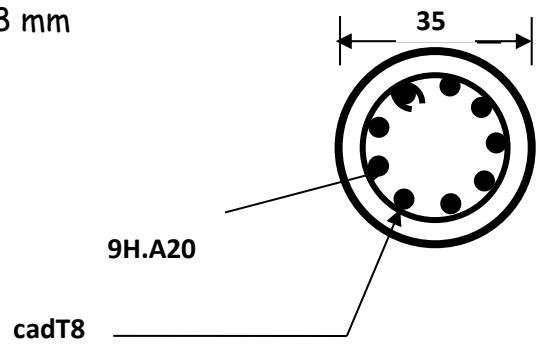
$$\varnothing t \geq \varnothing l_{\max} / 3 = 20/3 = 6.66 \text{ mm on prend } \varnothing t = 8 \text{ mm}$$

$$t < \min \{ 0.4 ; a+0.1 ; 15 \varnothing l_{\min} \}$$

$$t < \min \{ 40 \text{ cm} ; 45 \text{ cm} ; 15 \times 2 = 30 \text{ cm} \}$$

On prend $t = 25 \text{ cm}$

$$c \geq \varnothing l_{\max} = 20 \text{ mm} \Rightarrow c = 3 \text{ cm}$$



SERIE N° 04

Exercice 01 :

Déterminer la section des aciers d'un poteau de section rectangulaire dans un étage courant d'un bâtiment soumis à des charges de compression. Il est de caractéristique géométrique suivante :

Donnée :

$$G = 368 \text{ kN}$$

$$Q = 148 \text{ kN}$$

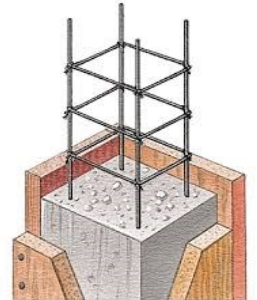
$$L_0 = 3.00 \text{ m}$$

Section : $a \times b = 18 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$.

N.B : On suppose que la majorité des charges est appliquée après 90 jours.

Acier : FeE400 ; cas de la fissuration préjudiciable.

Béton : $f_{c28} = 24 \text{ MPa}$

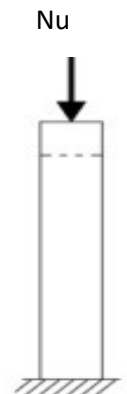


Exercice 02 :

1. Déterminer les armatures d'un poteau intérieur B.A soumis à un effort normal de compression centrée sur la section de béton.

Donnée :

- ✓ Effort normal à l'état ultime E.L.U : $N_u : 850 \text{ kN}$
- ✓ Section du poteau : $25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$.
- ✓ Longueur de flambement : $l_f : 3.2 \text{ m}$.
- ✓ Chargement $> N_u/2$ appliqué avant 90j
- ✓ Résistance caractéristique du béton : $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$
- ✓ Béton réalisé avec gravillons moyens : maille de tamis 8 à 12.5mm
- ✓ Armature en acier HA : $f_e = 400 \text{ MPa}$.



Exercice 03 :

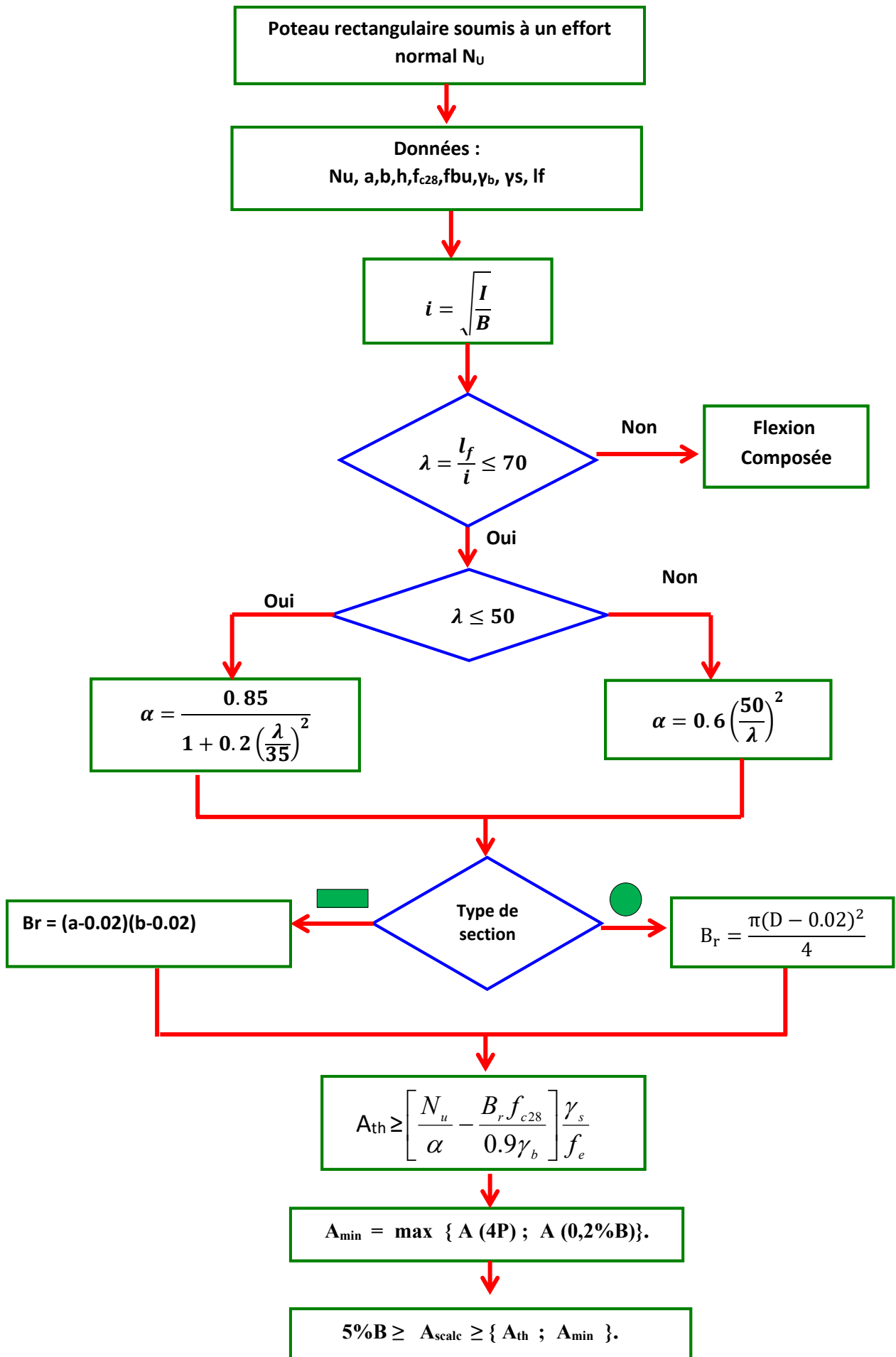
Un poteau isolé de bâtiment industriel supporte un effort normal ultime de compression $N_u = 0.19 \text{ MN}$. Sa longueur libre $L_0 = 3.00 \text{ m}$. Ce poteau est encastré en pied dans sa fondation et supposé articuler en tête.

Donnée : béton : $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$

Armature en acier HA : $f_e = 400 \text{ MPa}$

En supposant que l'élancement du poteau est voisin de $\lambda = 35$, et que la section du poteau est circulaire.

1. Déterminer les dimensions de la section transversale.
2. Calculer le ferrailage complet du poteau, et représenter ce ferrailage sur la section transversale de ce poteau



Chapitre V :
Dimensionnement des
sections soumises aux
actions centrées :
Traction simple

5.1. Définition :

Les tirants sont des éléments en béton armé soumis à un effort de traction. ils servent à équilibrer :

- Les poussées horizontales, par exemple les poussées engendrées aux appuis par un arc ;
- Les actions verticales, cas d'utilisation : suspentes

Dans le cas des tirants, le point d'application de l'effort normal N doit coïncider avec le C.D.G de la section des armatures et de celle du béton.

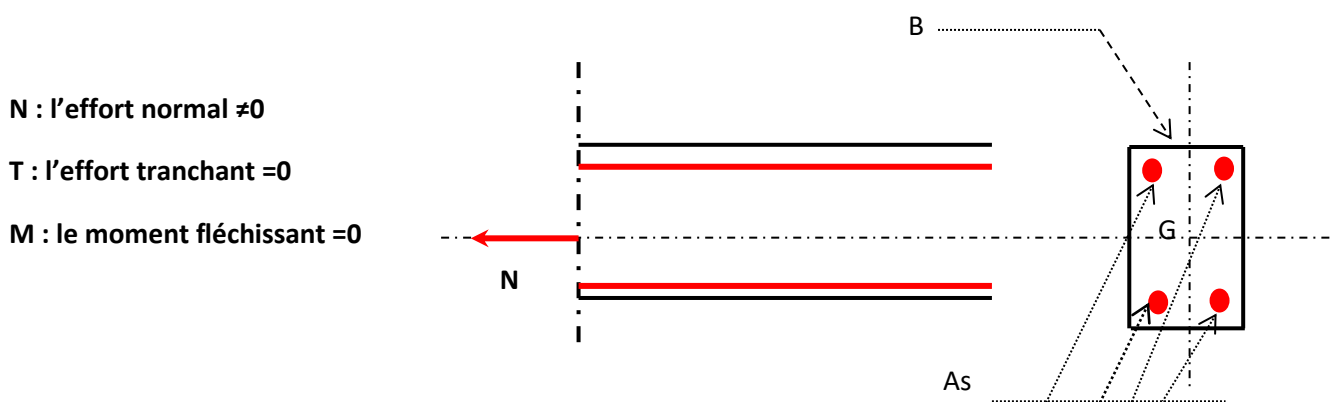


Fig. 5-1 : Pièce soumise à la Compression

Les éléments en béton armé sollicités en traction simple sont rares, on les rencontre généralement dans les fermes en treillis, les ceintures de coupes, les conduites d'eau, les réservoirs et les longrines. [9]

5.2. Hypothèses de calculs :

- ♣ La résistance du béton tendu n'est pas prise en compte ;
- ♣ La totalité de l'effort de traction est équilibré par l'acier ;
- ♣ Le centre des armatures longitudinales coïncide avec le centre de gravité du béton et le point d'application de l'effort de traction.
- ♣ Pour les justifications vis-à-vis de l'E.L.U, l'acier subit un allongement de $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$ ($\text{pivo} + 2 \text{ ‰} A$).
- ♣ Pour les justifications vis-à-vis de l' E.L.S. La contrainte de l'acier est plafonnée par les conditions de fissuration

5.3. Détermination des armatures longitudinale :

La résistance du béton tendu étant considérée nulle, l'effort de traction est entièrement équilibré par les armatures avec un allongement unitaire maximal de 10 ‰.

5.3.1. E.L.U :

Étant donné que le béton est négligé, il résulte que les armatures longitudinales doivent équilibrer à seuls les efforts appliqués.

$$A_s = \text{Max}[A_u ; A_{\min}] \text{ Avec : } A_u = \frac{N_u}{\sigma_s} ; \sigma_u = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

5.3.2. E.L.S :

a. Cas de la fissuration peu préjudiciable : BAEL A.4.5, 32 :

C'est le cas d'éléments situés dans les locaux couverts et clos, non soumis (sauf exceptionnellement et pour de courtes durées) à des condensations. Dans ce cas, les dimensions résultent uniquement de l'état limite ultime (Le calcul à l'ELS est inutile) :

$$A_s = \text{Max}[A_u ; A_{\min}]$$

$$\text{Avec : } A_u = \frac{N_u}{\sigma_{su}} ; \sigma_u = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

A_{\min} : section minimal, obtenue par la condition de non fragilité

N_u : l'effort normal de traction à l'ELU.

b. Cas de la fissuration préjudiciable :

La fissuration est considérée comme préjudiciable pour les éléments exposés aux intempéries ou à des condensations, ou alternativement noyés et émergés en eau douce :

$$A_s = \text{Max}[A_u ; A_{ser} ; A_{\min}]$$

$$\text{Avec : } A_u = \frac{N_u}{f_e/\gamma_s} \text{ et } A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$$

$$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{2}{3}f_e, 110\sqrt{\eta f_{tj}}\right) \quad \text{Avec un diamètre minimal: } \emptyset \geq 6\text{mm}$$

c. Cas de la fissuration très préjudiciable :

La fissuration est considérée comme très préjudiciable pour les éléments exposés à un milieu agressif, ou devant assurer l'étanchéité, ou exposés aux embruns ou aux brouillards salins, ou appartenant à des ouvrages à la mer :

$$: A_s = \text{Max}[A_u ; A_{ser} ; A_{min}]$$

$$\text{Avec : } A_u = \frac{N_u}{f_e/\gamma_s} \text{ et } A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$$

$$\bar{\sigma}_s = \min\left(\frac{1}{2}f_e, 90\sqrt{\eta f_{tj}}\right)$$

Avec un diamètre minimal: $\varnothing \geq 8\text{mm}$

N_{ser} : l'effort normal de traction à l'ELS.

$\bar{\sigma}_s$: Contrainte limite d'ouverture des fissures (voir chapitre 2)

A_{min} : section minimal, obtenue par la condition de non fragilité

5.3.3. Condition de non-fragilité : BAEL A.4.2

La ruine d'un élément soumis à la traction simple survient lorsque la contrainte des armatures atteint la valeur de la limite d'élasticité au droit d'une fissure largement ouverte :

$$A_{min} = \frac{Bf_{t28}}{f_e}$$

Avec : B : section totale du béton tendu.

f_{t28} : résistance caractéristique du béton à la traction.

5.4. Armatures transversales des tirants :

a) **Diamètre \varnothing_t** : si ces armatures transversales sont des ronds lisses ou des barres

$$\text{HA: } \varnothing_t \geq \frac{\varnothing_{lmax}}{3}$$

b) **espacement st** :

En zone courante : $St \leq a$ (a, petit côté de la section)

♣ **Dans une zone de recouvrement**:

Dans ce cas les armatures transversales sont des armatures de couture. Leur espacement sera calculé avec précision après avoir déterminé la longueur de recouvrement

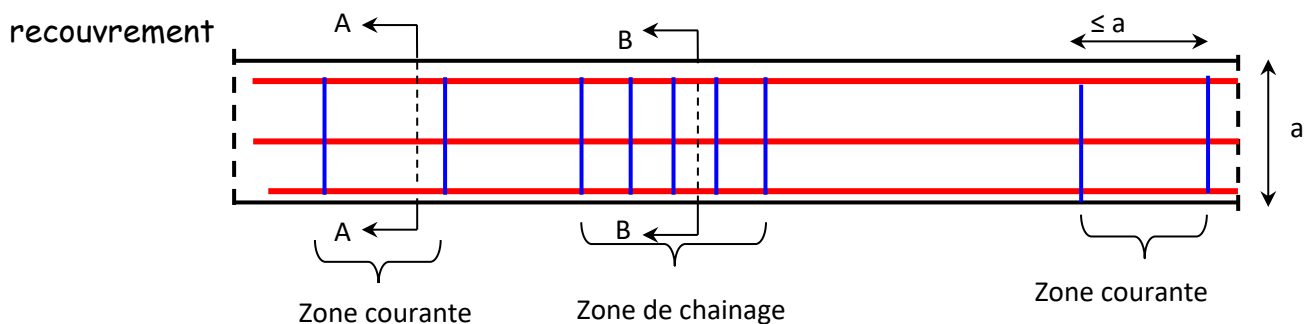


Fig. 5-2. Espacement entre les armatures

5.5. Dispositions réglementaires minimales :

5.5.1. Conditions d'enrobage des aciers :

L'enrobage c de toute armature est au moins égal à :

- 5 cm : ouvrages à la mer
- 3 cm : milieu soumis à des actions agressives
- 3 cm : milieu soumis soit : aux intempéries, aux liquides aux condensations

5.5.2 Possibilités de bétonnage correct :

- $\phi t \leq (h/35 ; \phi ; b_0/10)$
- $ev \geq (cg ; \phi)$
- $eh \geq (1.5 Cg ; \phi)$
- $Ct \geq \phi$

5.5.3. Diamètres et écartements :

♣ Cas de la fissuration préjudiciable

- Aciers longitudinaux tendus: $\phi \geq 6$ mm
- Écartement entre barres: $eh \leq 4 \phi$ si $\phi \geq 20$ mm

♣ Cas de la fissuration très préjudiciable

- Aciers tendus: $\phi \geq 8$ mm
- Écartement entre barres: $eh \leq 3 \phi$ si $\phi \geq 20$ mm

Exercice d'application :

Quelles sont les dimensions a et b d'un tirant qu'il est soumis au effort suivants :

$$N_G = 100\text{KN} ; N_Q = 300\text{KN}$$

Caractéristiques des matériaux :

o Béton..... $f_{c28} = 25$ Mpa

o Acier FeE400

- ♣ La fissuration est considéré peu préjudiciable.

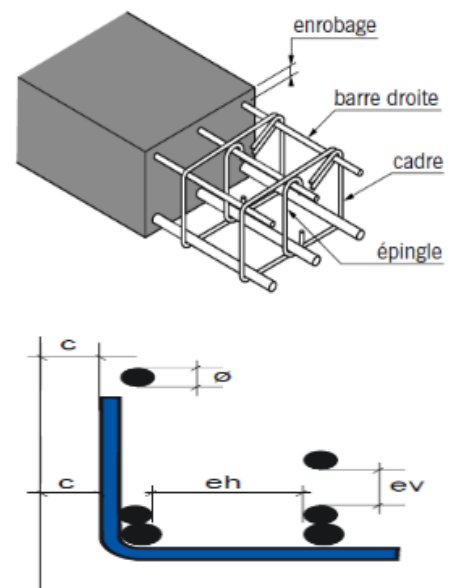


Fig. 5-3 : Dispositions constructives des armatures

Solution :

Dans le cas de la fissuration peu préjudiciable, les dimensions résultent uniquement de l'état

limite ultime : $A_U = \frac{N_U}{\sigma_s}$ et $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$

$$N_U = 1.35N_G + 1.5N_Q = 585 \text{ KN}$$

$$\sigma_s = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPA}$$

$$A_U \geq \frac{0.585}{348} = 16.81 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité

$$A_{min} \geq \frac{B \times f_{t28}}{f_e} \longrightarrow B \leq \frac{A_{min} \times f_e}{f_{t28}}$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 f_{c28} = 2.1 \text{ MPA}$$

$$B \leq \frac{16.81 \times 10^{-4} \times 400}{2.1} = 0.32 \text{ m}^2$$

On pose $a = b$ donc $a^2 \leq 0.32 \text{ m}^2$

$$a \leq \sqrt{0.32} = 0.566$$

donc :

$$a = b = 0.56 \text{ m}$$

On prend $a = 55 \text{ cm}$

SERIE N° 05

Exercice 01 :

Déterminer la section d'acier pour un tirant en béton armé soumis à un effort normal de traction simple appliqué au centre de gravité de la section.

Donnée :

$N_u = 220\text{KN}$

$N_{ser} = 160\text{KN}$

Section de tirant : $15\text{ cm} \times 15\text{ cm}$

Acier : FeE400 ; cas de la fissuration préjudiciable.

Béton : $f_{c28} = 30\text{MPa}$

Exercice 02:

1. Contrôler les dispositions constructives ci-après
d'un tirant de section $20 \times 20\text{cm}$ armé de 4HA20

Béton : $f_{c28} = 25\text{MPa}$

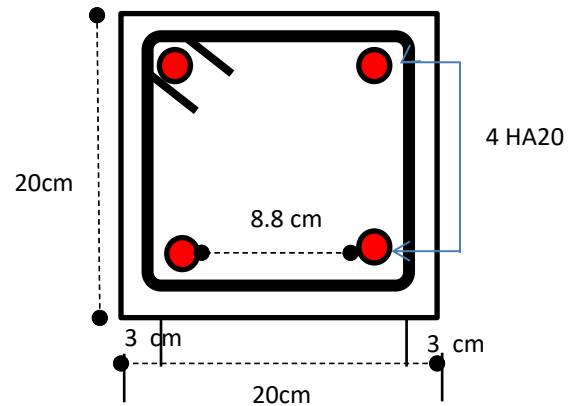
Acier : FeE400

Diamètre de granulats utilisés $C_g \leq 20\text{mm}$

Cas de fissuration préjudiciable

2. Calculer la résistance à la traction du béton f_{t28} ?

3. quelle est la force reprise par le tirant en E.L.U et en E.L.S



Exercice 03:

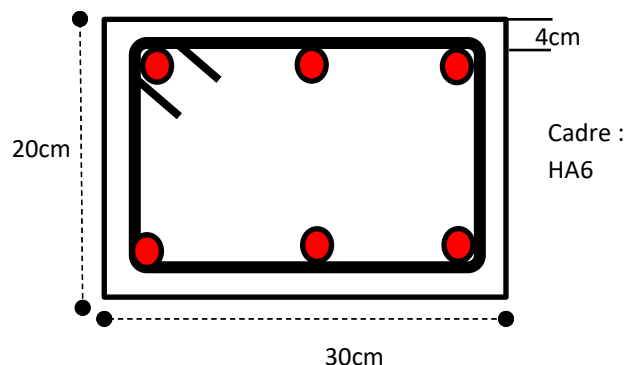
Déterminer la section d'armature et contrôler les dispositions constructives du tirant horizontal de la figure ci-contre. Ce tirant relie les montants inclinés d'un portique au niveau des appuis. Il repose sur le sol et son poids propre n'est pas à prendre en compte. Il est destiné à équilibrer les poussées horizontales du portique.

Données :

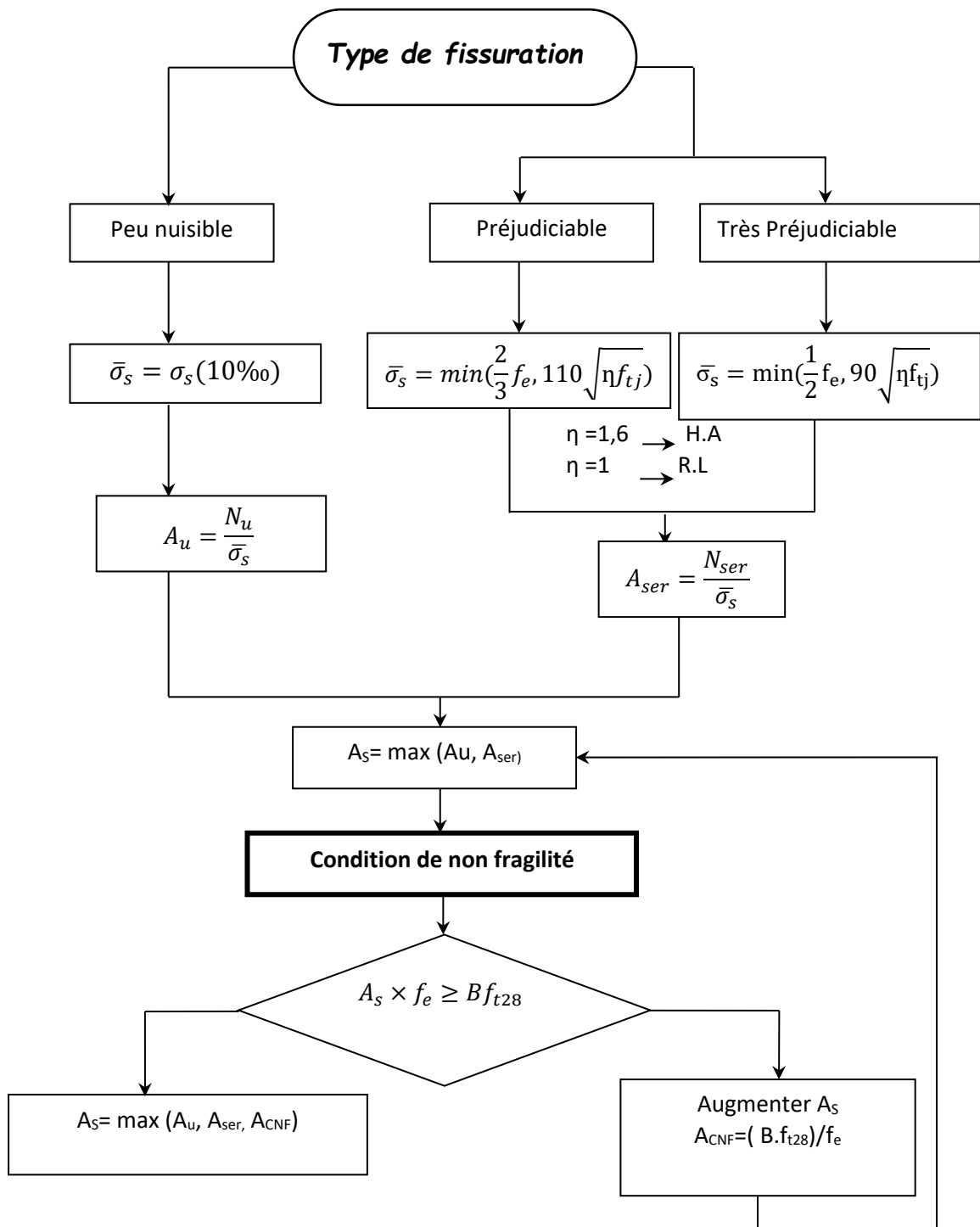
- ✓ Acier : FeE400
- ✓ Béton : $f_{c28} = 27\text{ MPa}$
- ✓ Cas de fissuration très préjudiciable
- ✓ Sol jugé agressive.
- ✓ Effort normale de traction simple :

$N_u = 540\text{KN}$

$N_{ser} = 365\text{KN}$



ORGANIGRAMME
-TRACTION SIMPLE-



REPONSES AUX SERIES D'EXERCICES

SERIE N° 01

EX.01 :

$$f_{t28} = 2.4\text{MPa}$$

EX.02 :

$$\varepsilon_s = 1.74\text{‰}$$

EX.03 :

$$f_{bu} = 13.033\text{Mpa}$$

SERIE N° 02

EX.01 :

$$\sigma_{st} = 2.16\text{MPa}$$

La fissuration dans ce cas est possible

Justification :

$$f_{t28} = 2.1\text{ Mpa} \leq \sigma_{st} = 2.16\text{MPa}$$

EX.02 :

$$\Delta l_t = \Delta l_v + \Delta l_r$$

$$\Delta l_v = 0.57\text{mm}$$

$$\Delta l_r = 0.064\text{mm}$$

$$\Delta l_t = 0.57 + 0.064 = 0.634\text{mm}$$

EX.03 :

- Plancher béton armé → (G)
- Voile B.A→(G)
- Coffre-fort sur plancher → (Q)
- Cloisons sur plancher → (G)
- Poutre en béton armé →(G)
- Charpente bois ou métal →(G)
- Chauffe-eau 200dm³ →
- Neige sur versant ou terrasse →Sn
- Personnes sur planchers →(Q)
- Voitures (action des roues)→ (Q)

EX.04 :

$$\bar{\sigma}_{st} = 201.63\text{MPa}$$

SERIE N° 03

EX.01 :

$$l_s = 83.04cm$$

EX.02 :

$$l_1 = 8.4cm \text{ soit } 5.25\emptyset$$

EX.03 :

Ancrage rectiligne

$$L_s = 56.6cm$$

Ancrage Courbe

$$L = 9.6cm$$

SERIE N° 04

EX.01 :

$$A_{S\text{ cal}} = 11.98cm^2 ; A_{S\text{ ado}} = 4HA20 = 12.57cm^2 ;$$

EX.02 :

$$A_{S\text{ th}} = 7.98cm^2 ; A_{S\text{ réel}} = 4HA16 = 08.04cm^2 ;$$

EX.03 :

$$A_{S\text{ th}} = 6.62cm^2 ; A_{S\text{ réel}} = 6HA12 = 6.79cm^2 ;$$

SERIE N° 05

EX.01 :

$$A_{S\text{ cal}} = 7.40\text{cm}^2 ; A_{S\text{ réel}} = 4HA16 = 8.04\text{cm}^2$$

EX.02 :

1. Disposition constructive :

Disposition constructive minimal	conformité
Enrobage $C \geq 3\text{cm}$	OUI : $C = 4\text{cm}$
Bétonage correct : $e_h \geq (\emptyset, 1.5Cg)$ $e_h \leq (4\emptyset, \text{si } \emptyset \geq 20\text{mm})$	Oui : $8.8 > 8$
Condition de non fragilité : $A_S \geq \frac{B \times f_{t28}}{f_e} = 2.1\text{ cm}^2$	Oui : $A_S = 12.57\text{cm}^2$

2. $f_{t28} = 2.1\text{MPa}$

3. $N_u = 437\text{KN}$

EX.03:

1. $A_{S\text{ th}} = 21.47\text{cm}^2 ; A_{S\text{ réel}} = 4HA20 + 2HA25 = 22.39\text{cm}^2 ;$

2. Disposition constructive :

Enrobage $C \geq 3\text{cm} \dots \dots CV$

$e_h = 7.15\text{cm} < 3\emptyset \dots \dots CV$

Références.

- [1] Ministère de l'habitat. Document technique réglementaire D.T. R. - B.C. 2-41, Règles de conception et de calcul des structures en béton armé C.B.A 93.1993
- [2] Ministère de l'habitat et de l'urbanisme. Document technique règlementaire D.T.R B. C. 2 .2, Charge permanentes et charges d'exploitation, CGS. 1988
- [3] Règles de calcul de Béton Armé aux Etats Limite. BAEL 91 modifié 99, Edition EYROLLES, 2000
- [4] Ministère de l'habitat et de l'urbanisme. Document technique règlementaire DTR B C 2 48, Règle parasismique Algérienne RPA99 version,2003
- [5] J Parchat., J.Roux. Pratique du BAEL. 2^{eme} édition Eyrolle, 1998, p 408
- [6] Jean- Pierre Mouguin, Cours de béton armé : calcul des éléments simples et des structures de bâtiments B.A.E.L. 91, Edition Berti, 1994.
- [7] Bachir Kebaili- Le béton armé aux états limites, justification et verification des sections selon les regles b.a.e.l 91 ; Edition : Université BADJI Mokhtar - Annaba- Annaba ISBN: 978-9961-899-26-7, 2007
- [8] Mohamed , Belazougui , calcul des ouvrages en béton armé , ISBN: 978.9961.0.0736.5, OPU,2013
- [9] Yacine Cherait , Belazougui , calcul des ouvrages en béton armé , ISBN: 978.9961.0.0791.4, OPU,2015