

**Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf - Mila**  
**Institut des Sciences et de Technologie**  
**Département de Génie Mécanique et Electromécanique**



N° Ref :.....

**Projet de Fin d'Etude préparé En vue de l'obtention du diplôme  
de MASTER**

**Spécialité : Génie Mécanique**

**Option : Énergétique**

**Optimisation multi-objectif des performances d'un cycle  
de puissance à gaz : Application de la méthodologie des  
surfaces de réponse**

**Réalisé par :**

- BOUTOUATOU Riad

- MAKHLOUF Aymen

**Soutenu devant le jury :**

Mme. Hassinet Lyamna

M. DEBBAH Djoubeir

M. AZIZI Mohamed Walid

**Président**

**Examineur**

**Promoteur**

**Année universitaire : 2022/2023**



# *D*édicaces

*Nous dédions ce modeste travail*

*A nos très chers parents*

*A nos chers frères*

*A nos chères sœurs*

*Et à tous nos amis.*



# Remerciements

*Nous remercions Dieu, le Tout Puissant, le Miséricordieux, qui nous a donné le courage et la patience de mener à bien ce travail.*

*Nos sincères remerciements à notre encadreur Monsieur **AZIZI Med Walid** qui a accepté de nous diriger durant ce travail, et qui, par ses conseils et orientations, nous a été d'un grand apport dans la finalisation de notre mémoire.*

*Je remercie les membres du jury pour l'intérêt porté à mon travail. Merci de nous avoir honorés de votre présence.*

*Nous réservons une pensée spéciale à tous les enseignants du Master qui ont su nous donner une formation didactique et appréciable durant tout notre cursus.*

*Enfin, nous remercions tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin dans l'élaboration de ce travail*

# Nomenclatures

<b>C<sub>p</sub></b>	Capacité calorifique du fluide à pression constante	[kJ/kg. K]
<b>C<sub>v</sub></b>	Capacité calorifique du fluide à volume constante	[kJ/kg. K]
<b>P</b>	Pression	[Pa]
<b>Q<sub>in</sub></b>	Energie entrante	[kJ/kg]
<b>Q<sub>out</sub></b>	Energie sortante (perdus)	[kJ/kg]
<b>R</b>	Constante des gaz parfaits	[kJ/kg. K]
<b>T</b>	Temperature	[K]
<b>W<sub>c</sub></b>	Travail du compresseur	[kJ/kg]
<b>W<sub>net</sub></b>	Travail net du cycle	[kJ/kg]
<b>W<sub>t</sub></b>	Travail de la turbine	[kJ/kg]
<b>η<sub>th</sub></b>	Rendement thermique du cycle	[%]
<b>ε</b>	Efficacité du régénérateur	[%]
<b>r<sub>p</sub></b>	Rapport de pression	
<b>SFC</b>	Consommation spécifique de carburant	[kg/kWh]
<b>m<sub>f</sub></b>	Débit du fuel	[kg/s]

# Sommaire

<b>Introduction générale</b> .....	1
------------------------------------	---

## **Chapitre I : Généralités à propos des cycles de puissance à gaz**

I.1 Introduction.....	3
I.2 Turbine à gaz.....	3
I.2.1 Rappel historique sur les turbines à gaz.....	3
I.2.2 Définition de la turbine à gaz.....	4
I.2.3 Principe du fonctionnement de la turbine à gaz.....	4
I.2.4 Les composants d'une turbine à gaz.....	5
I.2.5 Les différents types de turbine à gaz.....	7
I.2.6 Cycle thermodynamique de la turbine à gaz.....	8
I.3 Le cycle de Brayton.....	10
I.3.1 Le développement des turbines à gaz.....	11
I.3.2 L'écart entre le cycle réel de la turbine à gaz et le cycle idéal.....	12
I.4 Le cycle de Brayton avec régénération.....	12
I.5 Le cycle de Brayton avec refroidissement intermédiaire, réchauffage intermédiaire et régénération.....	13
I.6 Avantages et inconvénients de la turbine à gaz.....	16
I.7 Conclusion.....	17

## **Chapitre II : Méthodologie des plans d'expériences**

II.1 Introduction.....	18
II.2 La méthodologie des plans d'expérience.....	18
II.2.1 Historique.....	18
II.2.2 Principe.....	19
II.2.3 Expérimentations.....	20
II.2.4 Modélisation de la réponse.....	21
II.2.5 Intérêt du codage des variables.....	22
II.2.6 Principales composantes de la méthodologie des plans d'expériences.....	23
II.2.7 La Méthodologie des Surfaces de Réponse.....	24
II.3 L'optimisation multicritère.....	31
II.3.1 introduction.....	31
II.3.2 Méthode de Chang.....	31

## **Chapitre III : Calculs et simulations**

III.1 Introduction.....	37
III.1.1 Tableau représentant les paramètres de circuit.....	37
III.2 Simulations avec logiciel EES.....	38
III.2.1 Définition de logiciel EES.....	38
III.2.2 Information générale.....	38
III.2.3 Exploration du menu principal.....	40

III.2.4 Fenêtres de EES.....	41
III.3 Simulations.....	44
III.3.1 Introduction .....	44
III.3.2 Etude des performances du cycle de Brayton idéal avec régénération avec le logiciel EES .....	45
III.3.3 Résultats de simulation.....	47

## Chapitre IV : Modélisation et Optimisation

IV.1 Introduction.....	50
IV.2 Les données de départ.....	50
IV.3 Planification la simulation.....	51
IV.4 Interprétation des résultats.....	54
IV.4.1 Sensibilité du rendement ( $\eta$ ) en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $rp$ et $\varepsilon$ .....	54
IV.4.2 Analyse de régression pour le rendement ( $\eta$ ) en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $rp$ et $\varepsilon$ .....	56
IV.4.3 Évolution de la consommation (SFC) en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $rp$ et $\varepsilon$ .....	57
IV.4.4 Analyse de régression pour consommation (SFC) en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $rp$ et $\varepsilon$ .....	59
IV.4.5 3D Surfaces de réponses.....	60
IV.5 Optimisation les caractéristiques de la turbine à gaz .....	64
IV.6 Conclusions.....	69

<b>Conclusion générale</b> .....	70
----------------------------------	----

<b>Références bibliographiques</b> .....	71
--	----

## Liste des tableaux

<b>Tableau II.1</b>	Calcul des niveaux des facteurs
<b>Tableau II.2</b>	Valeurs de $\delta$ fonction du nombre de points au centre du domaine.
<b>Tableau III.1</b>	Données de départ d'après la fiche technique de la turbine à gaz
<b>Tableau III.2</b>	Résultats de simulation
<b>Tableau III.3</b>	Les résultats de $H_p$ et $H_C$ en fonction de $Q$
<b>Tableau IV.1</b>	Données de départ d'après la fiche technique de la turbine
<b>Tableau IV.2</b>	Plan composite centrée avec cinq (05) points centré (21 essais)
<b>Tableau IV.3</b>	Variation et niveaux du modèle de conception
<b>Tableau IV.4</b>	Résultats de simulation pour le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC)
<b>Tableau IV.5</b>	Analyse de la variance ANOVA pour le rendement
<b>Tableau IV.6</b>	Analyse de la variance ANOVA pour la consommation
<b>Tableau IV.7</b>	Les contraintes du processus d'optimisation
<b>Tableau IV.8</b>	Les solutions optimales
<b>Tableau IV.9</b>	Les intervalles de prévision optimale des réponses ( $\eta$ et SFC)

## Liste des figures

<b>Figure I.1</b>	Turbine à gaz
<b>Figure I.2</b>	Principe d'une turbine à gaz
<b>Figure I.3</b>	Schéma de fonctionnement d'une turbine à gaz
<b>Figure I.4</b>	Différents composants d'une turbine à gaz
<b>Figure I.5</b>	Coupe du système de prise d'air
<b>Figure I.6</b>	Section compresseur
<b>Figure I.7</b>	Section chambre de combustion
<b>Figure I.8</b>	Section turbine
<b>Figure I.9</b>	Turbine à gaz à une ligne d'arbre
<b>Figure I.10</b>	Turbine à gaz à deux lignes d'arbre
<b>Figure I.11</b>	Schéma d'une turbine à gaz
<b>Figure I.12</b>	Cycle ouvert d'une turbine à gaz
<b>Figure I.13</b>	Cycle fermé d'une turbine à gaz
<b>Figure I.14</b>	Diagrammes T-s et P-v du cycle de Brayton idéal
<b>Figure I.15</b>	Écart entre le cycle de Brayton idéal et le cycle réel de la turbine à gaz résultant des irréversibilités
<b>Figure I.16</b>	Comparaison entre un compresseur à un seul étage (le parcours 1AC) et un compresseur à deux étages (le parcours 1ABD)
<b>Figure I.17</b>	Turbine à gaz munie d'un compresseur à deux étages avec refroidissement intermédiaire, d'une turbine à deux étages avec réchauffage intermédiaire et d'un régénérateur
<b>Figure I.18</b>	Diagramme T-s de la turbine à gaz avec refroidissement, réchauffage et régénération
<b>Figure I.19</b>	le cycle de la turbine à gaz avec refroidissement, réchauffage et régénération
<b>Figure II.1</b>	La boîte noire du processus
<b>Figure II.2</b>	Plan de régression pour deux variables
<b>Figure II.3</b>	Surface de Réponse
<b>Figure II.4</b>	Plan composite centré pour 3 facteurs
<b>Figure III.1</b>	Fenêtre des Informations général
<b>Figure III.2</b>	Les commandes de EES
<b>Figure III.3</b>	Interface du logiciel EES
<b>Figure III.4</b>	Façade de la fenêtre de solution
<b>Figure III.5</b>	Interface de La fenêtre Tableaux
<b>Figure III.6</b>	Fenêtre de la table paramétrique
<b>Figure III.7</b>	Interface de la fenêtre de mise en forme d'équations
<b>Figure III.8</b>	Fenêtre Résiduelle
<b>Figure III.9</b>	Fenêtre 'Lookup Table'
<b>Figure III.10</b>	Schéma de turbine à gaz
<b>Figure III.12</b>	Programme du cycle Brayton avec régénération
<b>Figure III.12</b>	Résultats de simulation sur EES
<b>Figure IV.1</b>	Schéma et diagramme TS d'une turbine à gaz avec régénération
<b>Figure IV.2</b>	Probabilités normales des résidus du le rendement thermique ( $\eta_{th}$ )
<b>Figure IV.3</b>	Corrélation des valeurs mesurés et estimés du le rendement thermique ( $\eta_{th}$ )
<b>Figure IV.4</b>	Probabilités normales des résidus de la consommation spécifique
<b>Figure IV.5</b>	Corrélation des valeurs mesurés et estimés de la consommation spécifique
<b>Figure IV.6</b>	Effet de la température d'entrée de la turbine et le rapport de compression sur le rendement thermique
<b>Figure IV.7</b>	Effet de la température ambiante et le rapport de compression sur le rendement thermique
<b>Figure IV.8</b>	Effet de la température d'entrée de la turbine et le rapport de compression sur la consommation
<b>Figure IV.9</b>	Effet de l'efficacité du régénérateur et le rapport de compression sur la consommation de carburant
<b>Figure IV.10</b>	Diagramme d'optimisation de réponses multiples du rendement thermique et la consommation spécifique de carburant

## Résumé

Ce travail consiste à faire une analyse thermodynamique des performances d'une turbine à gaz avec régénération. La procédure d'optimisation des paramètres de conception est réalisée par la méthodologie de surface de réponse (RSM). Des simulations numériques thermodynamiques sont réalisées par le code EES pour différents paramètres.

L'objectif de ce travail est d'une part à la modélisation et le développement des équations de prédictions les performances de la turbine à gaz étudiée avec régénération, le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC) en fonction des caractéristiques de la turbine à gaz, qui sont la température ambiante ( $T_1$ ), la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ), le rapport de compression ( $r_p$ ) et le rendement de régénération ( $\epsilon$ ) on utilisant le plan composite centrée. D'autre part, on s'intéresse à l'optimisation multiple réponses afin de trouver les valeurs optimales des caractéristiques turbine à gaz par rapport aux objectifs.

**Mots clés :** Rendement thermique, turbine à gaz, SFC, modélisation, optimisation

## Abstract

This work consists of performing a thermodynamic analysis of the performance of a gas turbine with regeneration. The design parameter optimization procedure is performed by Response Surface Methodology (RSM). Numerical thermodynamic simulations are performed by the EES code for different parameters.

The objective of this work is on the one hand to the modeling and the development of the prediction equations the performances of the gas turbine studied with regeneration, the thermal efficiency ( $\eta_{th}$ ) and the specific fuel consumption (SFC) according to the characteristics of the gas turbine, are the ambient temperature ( $T_1$ ), the inlet temperature of the turbine ( $T_3$ ), the compression ratio ( $r_p$ ) and the regeneration efficiency ( $\epsilon$ ) using the centered composite plane. On the other hand, we are interested in multiple response optimization in order to find the optimal values of the characteristics of the gas turbine with respect to the objectives.

**Keywords:** Thermal efficiency, gas turbine, SFC, modeling, optimization

## ملخص

يتكون هذا العمل من تحليل ديناميكي حراري لأداء توربين غازي مع التجديد يتم تنفيذ الإجراء الخاص بتحسين بارامترات التصميم من خلال منهجية سطح الاستجابة (RSM). يتم إجراء المحاكاة العددية الحرارية بواسطة رمز EES لمعايير مختلفة. الهدف من هذا العمل هو: من ناحية، نمذجة وتطوير معادلات التنبؤ أداء التوربينات الغازية التي تمت دراستها مع التجديد، الكفاءة الحرارية ( $\eta$ ) واستهلاك الوقود المحدد (SFC) وفقاً لخصائص التوربينات الغازية، وهي درجة الحرارة المحيطة (T1)، ودرجة حرارة مدخل التوربين (T3)، ونسبة الضغط (rp) وكفاءة التجديد ( $\epsilon$ ) باستخدام المستوى المركب المركز. من ناحية أخرى، نحن مهتمون بتحسين الاستجابات المتعددة من أجل إيجاد القيم المثلى لخصائص التوربينات الغازية فيما يتعلق بالأهداف..

**الكلمات المفتاحية:** النمذجة ، التحسين الكفاءة الحرارية، التوربينات الغازية ،

## ***Introduction générale***

La turbine à gaz, également connue sous le nom de turbine à combustion, est un dispositif mécanique utilisé pour convertir l'énergie chimique d'un carburant en énergie mécanique. Elle est largement utilisée dans diverses applications, allant des centrales électriques aux avions et aux navires, en raison de sa capacité à fournir une puissance élevée avec un poids relativement faible.

La régénération est souvent utilisée dans les centrales électriques à turbine à gaz combinée, où elle est combinée avec une turbine à vapeur. Les gaz d'échappement de la turbine à gaz sont utilisés pour produire de la vapeur, qui alimente ensuite une turbine à vapeur supplémentaire pour produire de l'électricité supplémentaire. Cette configuration permet d'atteindre des rendements globaux élevés, supérieurs à ceux des centrales électriques conventionnelles. Actuellement l'apparition de la simulation numérique et la disponibilité d'ordinateurs toujours plus puissants, facilitent grandement le calcul et l'optimisation des conditions idéales de fonctionnement des turbines, mais, malgré tout, elles restent aujourd'hui encore un défi pour les chercheurs et ingénieurs dont le but est d'améliorer leur performance, afin de satisfaire les spécifications du marché industriel de plus en plus exigeantes.

Ces constatations nous ont conduits à développer des travaux de recherche ayant pour objectifs :

- La simulation sur un cycle thermodynamique connu sous le nom de cycle Brayton, ce cycle se compose de quatre processus principaux : la compression, la combustion, l'expansion et le rejet des gaz d'échappement, dans le but de faire une analyse thermodynamique des performances d'une turbine à gaz.
- La modélisation mathématique pour l'optimisation des performances de la turbine à gaz avec régénération, le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC) en fonction les caractéristiques de la turbine à gaz, sont la température ambiante ( $T_1$ ), la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ), le rapport de compression ( $r_p$ ) et le rendement de régénération ( $\varepsilon$ ) en utilisant la Méthodologie des Surfaces de Réponses (MSR).

Ainsi, ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

**Le premier chapitre** présente les notions fondamentales des turbines. Une présentation des différents éléments constitutif de la turbine à gaz. Finalement, on termine ce

chapitre par les facteurs de dysfonctionnement des turbines à gaz ainsi que les avantages et les inconvénients des turbines à gaz.

**Le second chapitre** s'intéressera à l'aspect Mathématique reste encore notre préoccupation durant ce chapitre. Nous présentons ici la Méthodologie des Plans d'Expériences (MPE) qui est un outil d'analyse privilégié pour les ingénieurs du fait qu'on réalise d'abord un minimum d'expériences afin d'obtenir les facteurs influents des performances de la turbine à gaz étudiée, le rendement et la consommation en fonction les caractéristiques de la turbine et par la suite la modélisation de surface des réponses.

Dans **le troisième chapitre** nous avons présenté La simulation sur un cycle thermodynamique de Brayton en utilisant le code EES tels que le rapport de compression ( $4 \leq r_p \leq 12$ ), la température d'entrée ( $273 \leq T_1 \leq 313\text{K}$ ), la température d'entrée de la turbine ( $1100 \leq T_3 \leq 1500\text{ K}$ ), le rendement de régénération ( $55 \leq \varepsilon \leq 85\%$ ). Cette étude théorique suivi d'une simulation sur la turbine à gaz avec régénération, afin de déterminer les indicateurs de performances de la turbine à gaz étudié.

**Le quatrième chapitre** présente l'étude et l'analyse statistique de la variance (ANOVA) des résultats de simulation afin de développer les modèles mathématiques des facteurs de réponse (le rendement et la consommation) en fonction les caractéristiques de de la turbine à gaz, la température ambiante ( $T_1$ ), la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ), le rapport de compression ( $r_p$ ) et le rendement de régénération ( $\varepsilon$ ) en utilisant la méthodologie des surfaces de réponse (MSR).

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale.

---

*Chapitre I : Généralités à propos des cycles de  
puissance à gaz*

---

## I.1 Introduction

La turbine à gaz est une machine qui utilise la combustion de carburant pour produire de l'énergie mécanique. Elle est utilisée dans une variété d'applications, notamment pour propulser des avions et des navires, générer de l'électricité et alimenter des compresseurs.

Le fonctionnement de la turbine à gaz repose sur le principe de cycle Brayton, qui implique la compression de l'air, la combustion du carburant, l'expansion des gaz de combustion et la sortie des gaz d'échappement. Ce processus crée une force qui fait tourner les pales de la turbine, produisant ainsi de l'énergie mécanique.

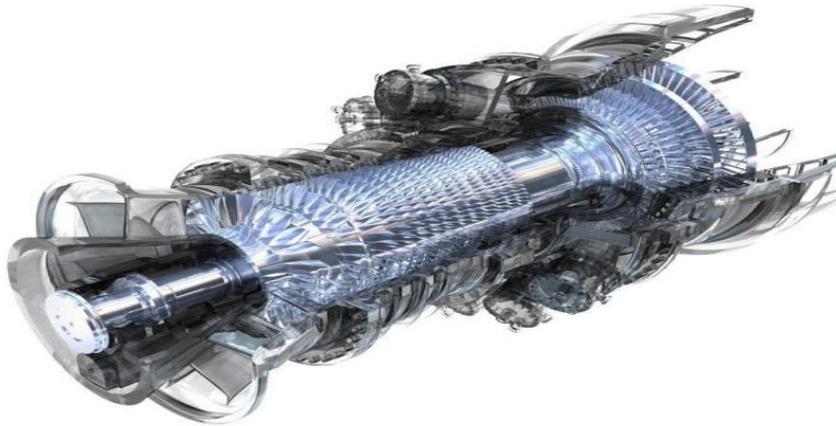
## I.2 Turbine à gaz

### I.2.1 Rappelle historique sur les turbines à gaz [1]

- En 1900 l'Allemand Frenz Stolze proposa une turbine à air chaud comportant un compresseur axial multi-étage et une turbine axiale mais la machine ne tourna jamais. En 1905 Stolze a fait la première conception complètement axiale avec une chambre de combustion sous forme de silo.
- En 1903 l'ingénieur norvégien Egidius Elling a réussi à construire la première turbine à gaz simple. Durant la même période où les travaux d'Elling étaient en progrès, les Français Armengaud et Lemale (1901-1906) aboutissent au premier turbomoteur autonome avec un rendement global de 3%.
- Les applications pratiques des turbines à gaz se sont produites la première fois de 1939 à 1941. En 1939, la société Suisse Brown Boveri a utilisé une turbine à gaz pour produire de l'électricité. Également en 1939, le premier vol d'un avion actionné par une turbine à gaz développée par Hans von Ohain a eu lieu en Allemagne. Une autre turbine à gaz d'avion a été développée par Frank Whittle, qui a actionné un avion en 1941 en Angleterre. À partir de ces applications la turbine à gaz a été développée au point où aujourd'hui c'est la centrale la plus importante d'avion en service. Les progrès obtenus dans le domaine de la technologie des matériaux dans la recherche approfondie sur la combustion ont donné comme résultat des améliorations rapides des performances en termes de puissance spécifique et rendement en augmentant la température maximale dans le cycle thermodynamique.
- En 1950 utilisation du TAG pour la production d'électricité avec un rendement de 30%.
- En 1960 diminution du coût du gaz, l'utilisation des turbines à gaz se multiplie dans le domaine industriel notamment dans l'industrie pétrolière et de gaz.

### I.2.2 Définition de la turbine à gaz

La turbine à gaz est un moteur à combustion interne de tous les points de vue. Elle peut être considérée comme un système autosuffisant. En effet, elle prend et comprime l'air atmosphérique dans son propre compresseur, augmente la puissance énergétique de l'air dans sa chambre de combustion et convertie cette puissance en énergie mécanique utile pendant les processus de détente qui a lieu dans la section turbine. L'énergie mécanique qui en résulte est transmise par l'intermédiaire d'un accouplement à une machine réceptrice, qui produit la puissance utile pour le processus industriel. Sous sa forme la plus simple, une turbine à gaz comprend un compresseur axial qui aspire l'air à la pression atmosphérique ; une chambre de combustion, où l'air comprimé est réchauffé à pression constante par la combustion d'une certaine quantité de combustible (gaz naturel, gasoil ou kérosène) et enfin une turbine de détente des gaz jusqu' à la pression atmosphérique. [2]



**Figure I.1 :** Turbine à gaz.

### I.2.3 Principe du fonctionnement de la turbine à gaz

Une turbine à gaz fonctionne de la façon suivante :

- Extrait de l'air du milieu environnant par un système d'admission, l'air acheminé vers le compresseur qui le comprime à une pression plus élevée.
- Des combustibles gazeux ou liquide (gaz naturelle, kérosène...) atomisé sont injectés dans la chambre de combustion où il est mélangé à l'air comprimé ce qui augmente son énergie.
- L'air détente a pression et température très élevée vers la section de la turbine qui convertit son énergie thermique en énergie mécanique, pour faire tourner l'arbre, et s'échappent les gaz à basse pression et température résultant de la transformation dans l'atmosphère.

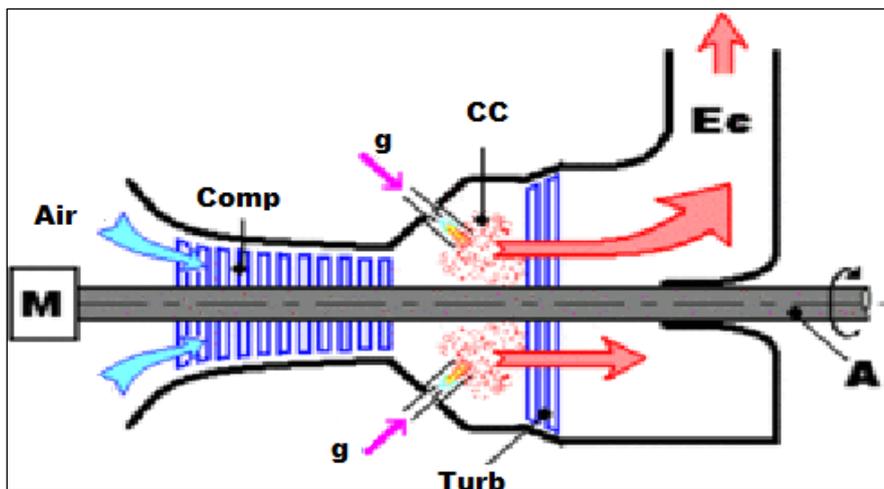


Figure I.2 : Principe d'une turbine à gaz. [3]

La Figure [I.3] montre les composants ainsi les variations de pression et de température dans les différentes sections de la turbine à gaz correspondant aux phases de fonctionnement.

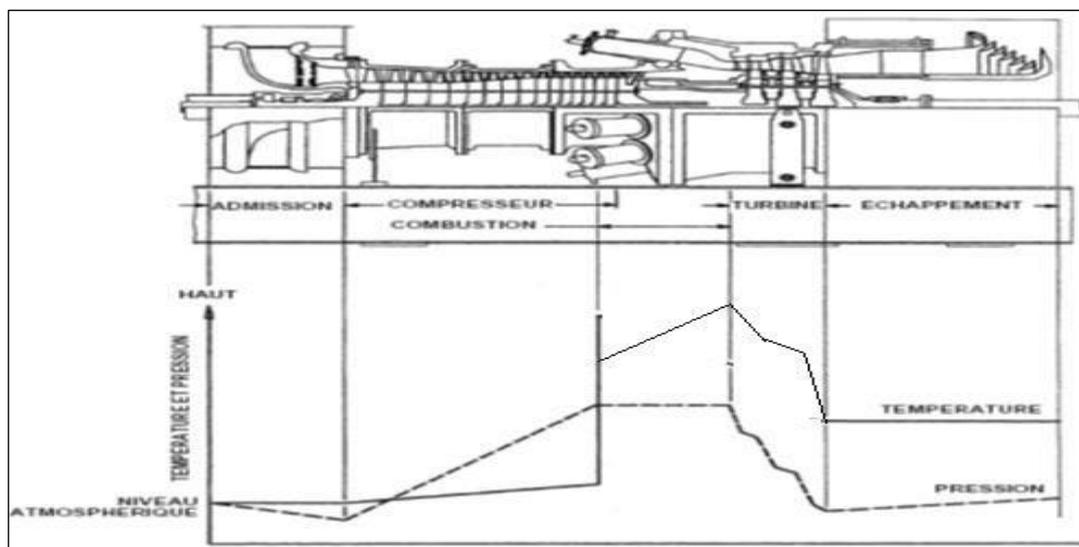


Figure I.3 : Schéma de fonctionnement d'une turbine à gaz.

#### I.2.4 Les composants d'une turbine à gaz

Dans le cas le plus simple, une turbine à gaz est constituée par un filtre d'entrée d'air, un compresseur, une chambre de combustion, une turbine à détente et un système d'échappement vers l'atmosphère (cheminée) :

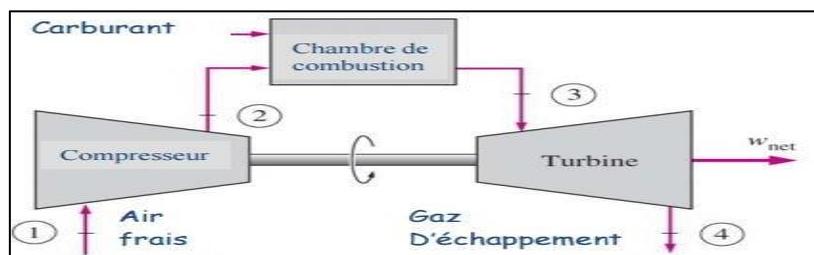


Figure I.4 : Différents composants d'une turbine à gaz [4]

### I.2.4.1 Système d'admission « entrée d'air » [5]

Le système de prise d'air fournit de l'air filtré au compresseur de la turbine à gaz, en quantité et qualité nécessaire au fonctionnement de cette dernière dans les conditions ambiantes locales. Aux égards des conditions du site, le système sera équipé d'un dispositif de filtration statique multi-étage. A l'admission au compresseur, un silencieux réduit le niveau acoustique à la limite requise. Le système est accessible pour les révisions et la maintenance.

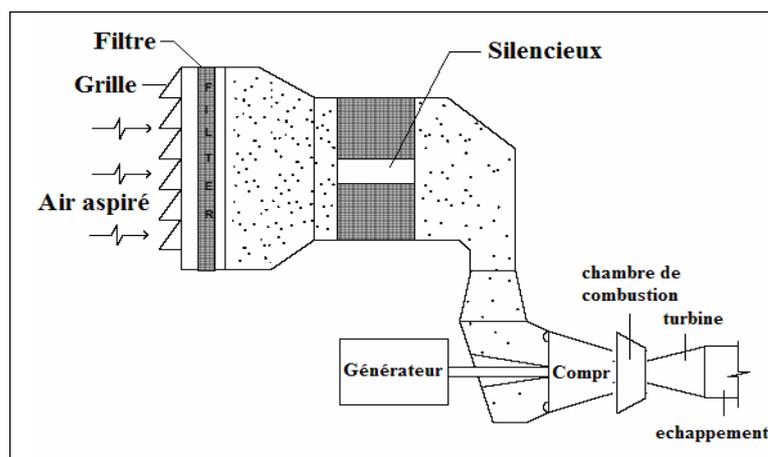


Figure I.5 : Coupe du système de prise d'air

### I.2.4.2 Le Compresseur

Les compresseurs sont des appareils mécaniques qui compriment l'air et le refoulent à une pression supérieure, généralement le compresseur d'une TAG est de type axiale son principale équipement est un rotor enveloppé par un stator, chaque niveau de compression est constitué d'une rangée des ailettes mobiles suivies d'aubages fixes l'association de ses deux représente un niveau de pression.

Son rôle principal est de comprimer efficacement la masse d'air nécessaire et de le former à l'étage de combustion.

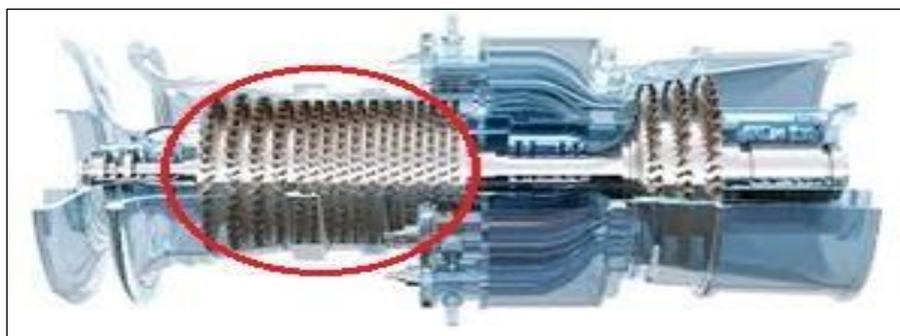
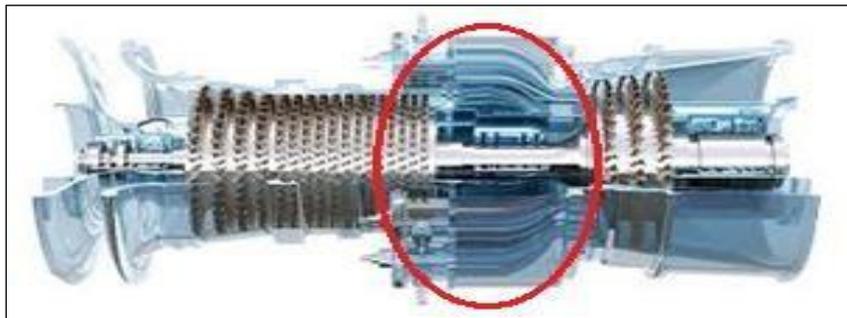


Figure I.6 : Section compresseur.

### I.2.4.3 La Chambre de combustion

La chambre de combustion est une des pièces les plus importantes du TAG, sert à transformer l'énergie chimique du carburant en énergie calorifique. Son rôle initial est d'augmenter la température du fluide moteur et produit une très grande poussée par l'inflammation du mélange d'air comprimé et le carburant injecté dans la chambre à combustion.

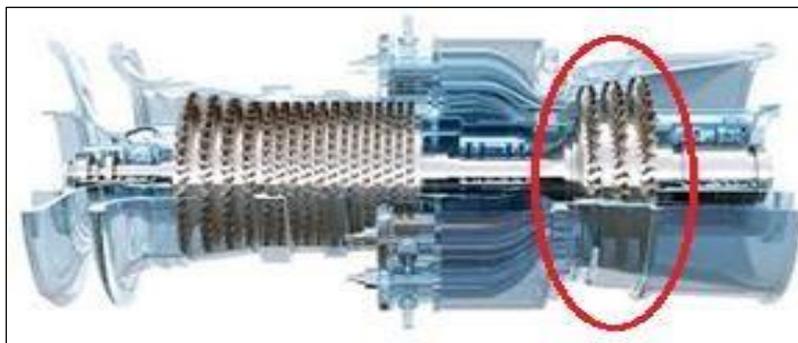


**Figure I.7 :** Section chambre de combustion.

### I.2.4.4 Turbine

Appelée aussi turbine à détente, transforme l'énergie cinétique en énergie mécanique pour entraîner le compresseur et l'alternateur ou d'autre support.

Les turbine à détente sont généralement axial comportent une partie mobile « rotor » et une partie fixe « stator » et des aubages.



**Figure I.8 :** Section turbine

### I.2.4.5 Echappement de la turbine à gaz

Influe par la perte de charge qui est créé par tous les éléments en aval : diffuseur d'échappement, grille de tranquillisation, système de réchauffe des gaz, chaudière, vanne, coude et cheminée

### I.2.5 Les différents types de turbine à gaz

Une turbine à gaz peut comporter une ou deux lignes d'arbre pour l'ensemble des éléments tournants.

- Une ligne d'arbre

Le système est entrainé d'abord par un moteur jusqu'à une certaine vitesse ensuite c'est la turbine HP que continue l'entrainement de l'ensemble des éléments

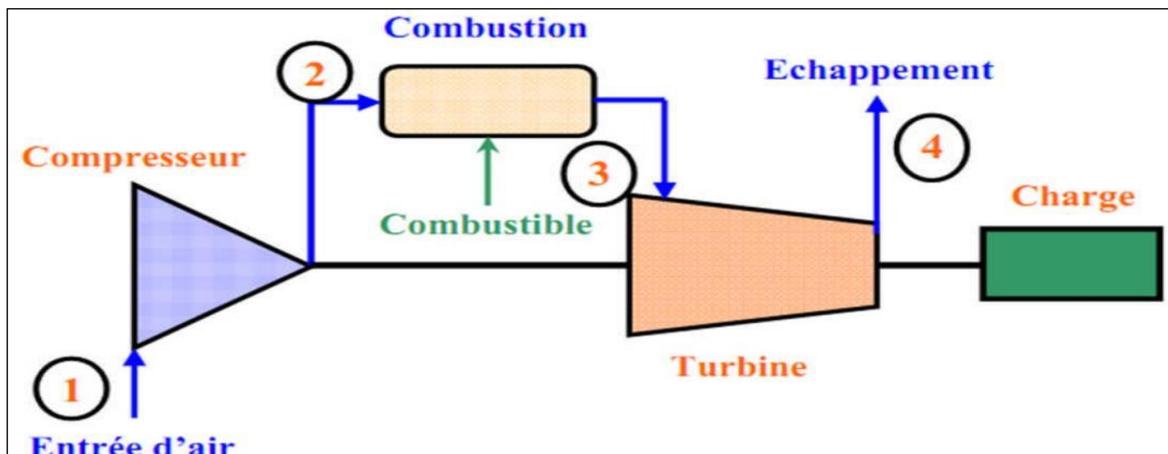


Figure I.9 : Turbine à gaz à une ligne d'arbre [6]

- Deux lignes arbre

Comme pour une ligne d'arbre, il est rajouté une turbine BP en bout d'arbre séparé mécaniquement.

La conception à deux lignes d'arbre représenté le maximum de souplesse, retenue pour les applications de grandes puissances.

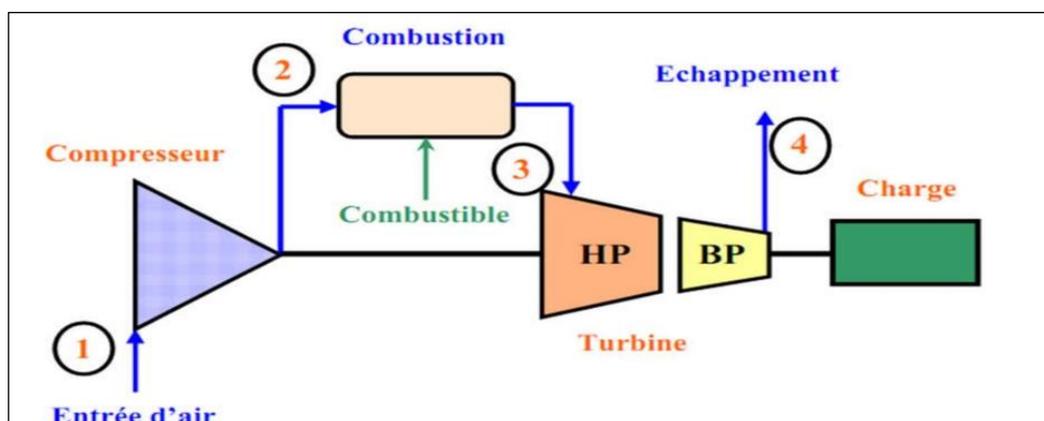


Figure I.10 : Turbine à gaz à deux lignes d'arbre [6]

### I.2.6 Cycle thermodynamique de la turbine à gaz

Le cycle thermodynamique selon lequel fonctionne une turbine à gaz est appelé cycle de Brayton. Les quatre phases du cycle de Brayton sont représentées sur Figure I.11 par un schéma température-enthalpie (T-H). Le schéma T-H est un moyen commode pour illustrer et analyser le comportement d'une centrale. La température (T) est placée sur l'axe vertical et l'enthalpie (H) sur l'axe horizontal. L'enthalpie est la propriété des corps à transformer l'énergie disponible

en travail.

Chaque processus du cycle de Brayton peut être tracé sur le schéma T-H.

- Le premier processus est celui de la compression de l'air dans le compresseur qui est représentée par la ligne 1-2. La compression de l'air est accompagnée d'une augmentation de la température et de la pression ce qui cause une augmentation correspondante d'enthalpie. Au fur et à mesure du travail exercé sur l'air, ce dernier emmagasine l'énergie sous forme de température et de pression. La puissance (l'énergie) nécessaire à ce travail provient de la turbine qui est directement couplée au compresseur de la turbine à gaz par un arbre commun.
- Le deuxième processus, représenté par la ligne 2-3, consiste à ajouter de la chaleur au cycle, à pression constante, en brûlant du combustible. La température du gaz résultant de la combustion s'élève fortement par rapport à la température de l'air en sortie du compresseur.
- Le troisième processus, représenté par la ligne 3-4, correspond à la détente et au refroidissement du gaz qui traverse la turbine. L'énergie du gaz chaud sous pression est utilisée pour effectuer le travail.
- Le dernier processus du cycle de Brayton, représenté par la ligne 4-1, est le refroidissement du gaz chaud qui s'échappe dans l'atmosphère. Le gaz se mélange à l'air ambiant et sa température diminue.
- La quantité de chaleur nécessaire au cycle de Brayton est représentée par la zone située sous la ligne 2-3. La zone, sous la ligne 4-1, représente la fraction de chaleur qui est rejetée. La zone séparant ces deux lignes représente la chaleur convertie en une énergie mécanique utile

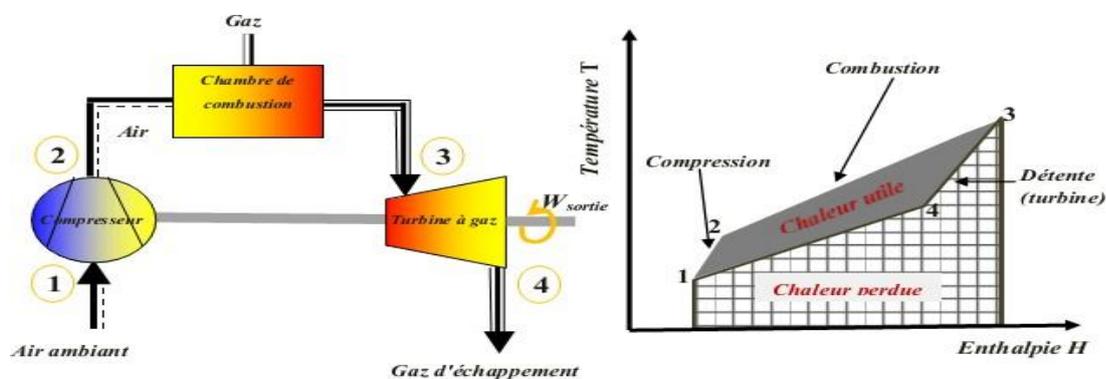
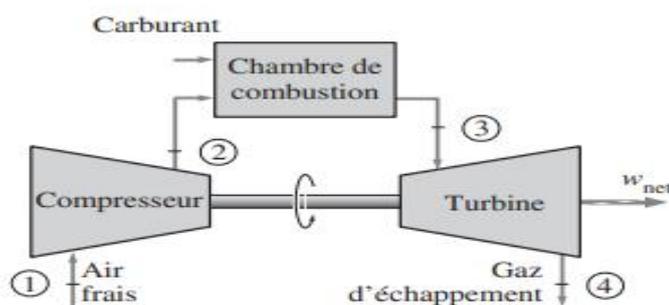


Figure I.11 : Schéma d'une turbine à gaz [7]

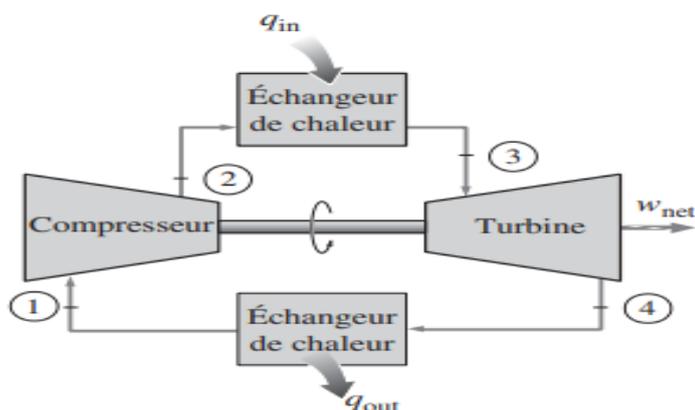
### I.3 Le cycle de Brayton

Les turbines à gaz fonctionnent habituellement selon un cycle ouvert (voir la figure I.12 ). L'air atmosphérique s'engage dans le compresseur, où il est comprimé à haute pression et à haute température. Il est ensuite admis dans la chambre de combustion. Les gaz chauds résultant de la combustion se détendent alors dans une turbine qui produit du travail mécanique. À la sortie de la turbine, les gaz sont évacués dans l'atmosphère. Le cycle ouvert est complété.



**Figure I.12 :** Cycle ouvert d'une turbine à gaz.

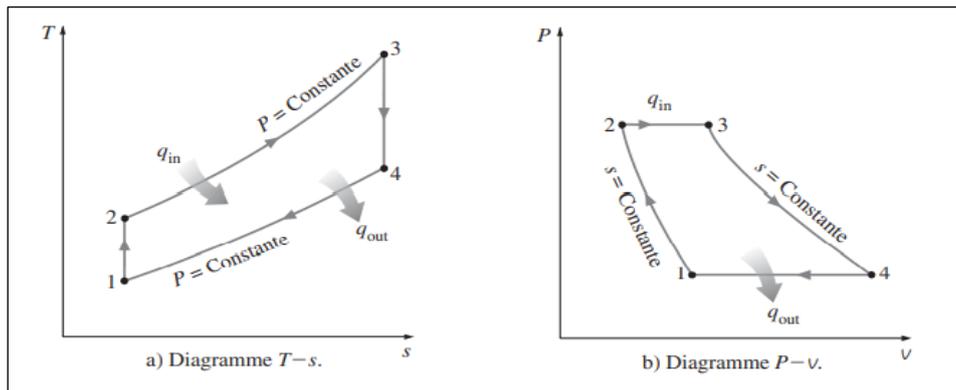
Le cycle ouvert de la turbine à gaz peut néanmoins être modélisé comme un cycle fermé si on admet les hypothèses d'air standard (voir la figure I.13). Les évolutions de compression et de détente demeurent inchangées. Toutefois, le phénomène de combustion est remplacé par une évolution de transmission de chaleur à pression constante d'une source externe au système, et l'évacuation des gaz à la sortie de la turbine est remplacée par une évolution de transmission de chaleur à pression constante du système au milieu extérieur. Ce cycle idéal est connu sous le nom de « cycle de Brayton », en l'honneur de George Brayton (1830–1892) qui l'a conçu dans les années 1870 alors qu'il étudiait les moteurs à piston.



**Figure I.13 :** Cycle fermé d'une turbine à gaz.

Le cycle de Brayton idéal comprend quatre évolutions réversibles intérieurement qui sont illustrées dans les diagrammes T-s et P-v de la figure I.14 :

1. la compression isentropique (dans le compresseur) 1-2 ;
2. l'apport de chaleur à pression constante 2-3 ;
3. la détente isentropique (dans la turbine) 3-4 ;
4. l'évacuation de chaleur à pression constante 4-1. [8]



**Figure I.14 :** Diagrammes T-s et P-v du cycle de Brayton idéal.

### I.3.1 Le développement des turbines à gaz

Dans les années 1940 et 1950, le rendement des turbines à gaz était inférieur à 20 %. Le rendement isentropique des compresseurs et des turbines était faible, et les matériaux utilisés dans les turbines ne pouvaient tolérer des températures élevées. Le développement technologique des turbines à gaz s'est donc concentré dans les trois secteurs suivants :

- 1. L'accroissement de la température des gaz à l'entrée de la turbine.** En 1940, la température des gaz à l'entrée de la turbine était limitée à environ 540 8C. Aujourd'hui, grâce au développement de nouveaux matériaux (le revêtement céramique) et de techniques innovatrices de refroidissement des aubages, cette température est passée à environ 1 425 8C.
- 2. L'accroissement du rendement isentropique des composants.** Le rendement des premières turbines était compromis à cause des irréversibilités au sein du compresseur et de la turbine. Aujourd'hui, on atténue de plus en plus ces pertes en recourant à des outils de conception et de simulation aérodynamique sophistiqués.
- 3. La modification du cycle de base.** Le rendement du cycle de base peut être considérablement accru si on récupère une partie de la chaleur des gaz expulsés de la turbine (la régénération) et si on comprime l'air par étage avec refroidissement entre les

étages. Ces techniques sont traitées dans les prochaines sections.

### I.3.2 L'écart entre le cycle réel de la turbine à gaz et le cycle idéal

Le cycle réel de la turbine à gaz s'écarte du cycle idéal tant par les irréversibilités dans le compresseur et la turbine que par la chute de pression dans les conduits, la chambre de combustion et les échangeurs de chaleur.

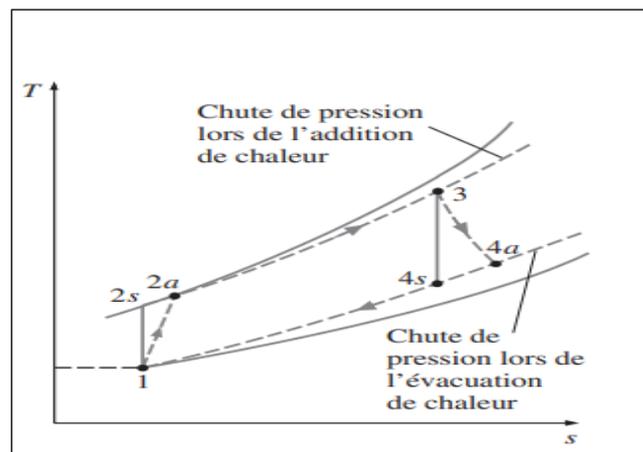
Les irréversibilités dans le compresseur et la turbine peuvent être prises en compte grâce aux rendements isentropiques définis comme :

$$\eta_c = \frac{w_s}{w_a} \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \quad (1.1)$$

Et

$$\eta_T = \frac{w_a}{w_s} \cong \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{4s}} \quad (1.2)$$

Les états 2a et 4a correspondent respectivement aux états réels du fluide moteur à la sortie du compresseur et de la turbine, alors que les états 2s et 4s correspondent respectivement aux états résultant de l'évolution isentropique dans le compresseur et la turbine (voir la figure I.15). [9]



**Figure I.15 :** Écart entre le cycle de Brayton idéal et le cycle réel de la turbine à gaz résultant des irréversibilités.

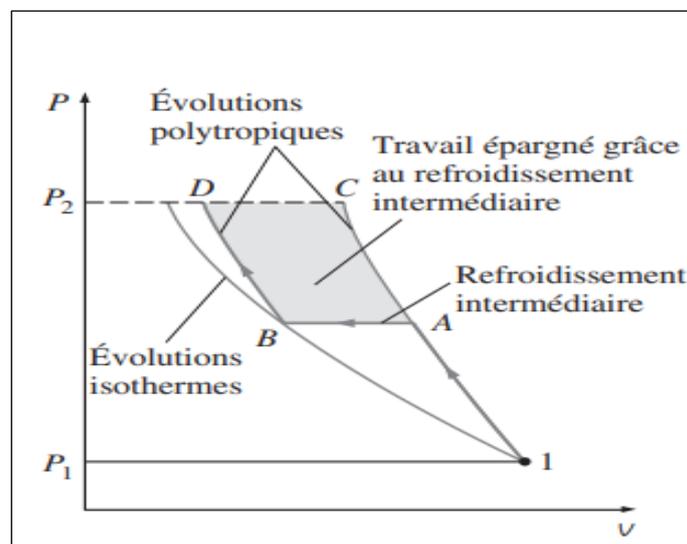
### I.4 Le cycle de Brayton avec régénération

La régénération est une méthode utilisée pour récupérer les pertes thermiques des gaz d'échappement rejetées à haute température. La température des gaz d'échappement (la sortie de la turbine) est plus élevée (de l'ordre de 500°C) que la température de l'air comprimé, elle est considérée comme une grande perte d'énergie, pour cela on utilise la méthode de régénération, cette méthode basée sur le réchauffage de l'air comprimé avant entrée dans la chambre de combustion par un échangeur de chaleur placé entre la sortie de la turbine et l'air comprimé. Cette méthode permet de réduire la consommation de carburant et ainsi d'améliorer le rendement. [10]

## I.5 Le cycle de Brayton avec refroidissement intermédiaire, réchauffage intermédiaire et régénération

Le travail net que produit la turbine à gaz est la différence entre le travail produit par la turbine et le travail consommé par le compresseur. Le travail net produit peut être accru si on augmente le travail produit par la turbine et/ou si on diminue le travail consommé par le compresseur.

On a vu précédemment que le travail requis pour compresser un gaz peut être réduit en le comprimant par étages et en le refroidissant entre chaque étage (voir la figure I.16). À mesure que le nombre d'étages croît, la compression tend vers une évolution isotherme à la température d'admission dans le compresseur, et le travail requis pour la compression diminue.



**Figure I.16 :** Comparaison entre un compresseur à un seul étage (le parcours 1AC) et un compresseur à deux étages (le parcours 1ABD).

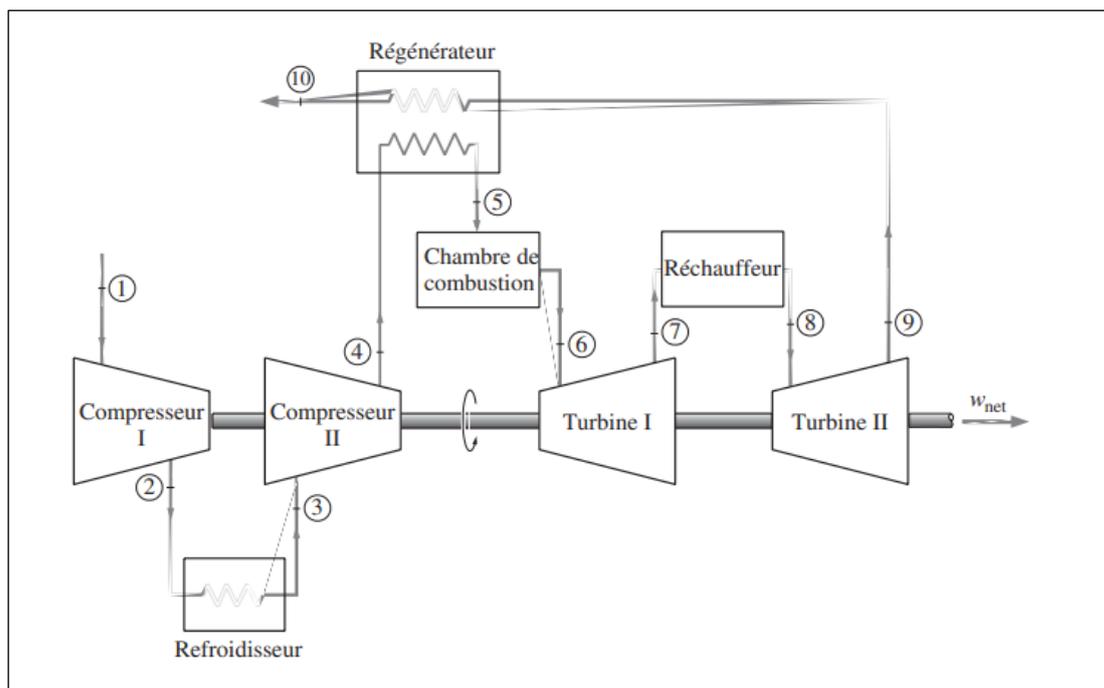
De même, le travail que produit une turbine fonctionne entre deux niveaux de pression peut être accru si on détend le gaz par étages et qu'on le réchauffe entre chaque étage. Cette détente étagée avec réchauffage intermédiaire est réalisée sans augmenter la température maximale du cycle. À mesure que le nombre d'étages croît, la détente se rapproche d'une évolution isotherme.

Ces deux stratégies s'appuient sur le fait que le travail de compression et de détente avec écoulement en régime permanent est proportionnel au volume massique du fluide. Par conséquent, durant la compression, le volume massique du fluide moteur devrait être minimisé, alors qu'au cours de la détente, il devrait être maximisé. C'est le but recherché avec le refroidissement et le réchauffage.

Dans les turbines à gaz, la combustion est réalisée avec un excès d'air afin d'éviter les

dommages que des températures trop élevées pourraient infliger aux composants de la turbine. Par conséquent, entre les étages de la turbine, le mélange gazeux est toujours riche en oxygène, et le réchauffage peut être réalisé simplement avec la pulvérisation de carburant.

Lorsque le refroidissement et le réchauffage sont employés, le fluide moteur émerge du compresseur à plus basse température et sort de la turbine à plus haute température. L'intérêt de recourir à la régénération n'en est que renforcé. De surcroît, avant d'être admis dans la chambre de combustion, l'air comprimé peut être chauffé davantage avec les gaz d'échappement plus chauds.

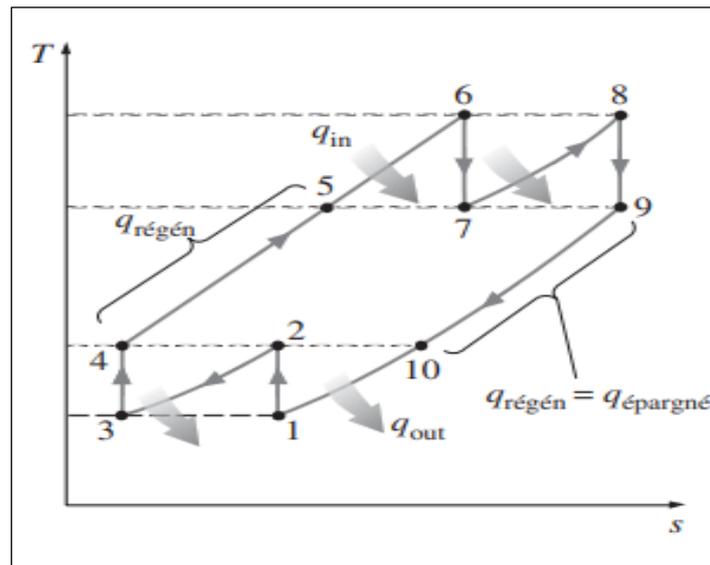


**Figure I.17 :** Turbine à gaz munie d'un compresseur à deux étages avec refroidissement intermédiaire, d'une turbine à deux étages avec réchauffage intermédiaire et d'un régénérateur.

La figure I.17 représente un cycle de la turbine à gaz muni de deux étages de compression avec refroidissement intermédiaire, de deux étages de détente avec réchauffage intermédiaire et d'un régénérateur.

Le diagramme T-s correspondant à ce cycle est donné à la figure I.18. Le gaz, admis dans le premier étage du compresseur à la pression  $P_1$  et à la température  $T_1$  (l'état 1), est comprimé de façon isentropique à la pression intermédiaire  $P_2$  (l'état 2), puis refroidi à pression constante à la température  $T_1$  (l'état 3). Il entre dans le deuxième étage du compresseur et est comprimé de façon isentropique à la pression finale  $P_4$  (l'état 4). Il traverse le régénérateur à pression constante et voit sa température monter à  $T_5$  (l'état 5). Si le rendement du régénérateur est de

100 %,  $T_5$  à  $T_9$ . Le gaz est alors admis dans la première chambre de combustion, où de la chaleur est ajoutée. Il ressort à la température de  $T_6$  (l'état 6) et se détend de façon isentropique dans le premier étage de la turbine (l'état 7). Il est réchauffé (l'état 8), puis détendu de façon isentropique dans le deuxième étage de la turbine (l'état 9). Il traverse ensuite le régénérateur à pression constante, et sa température descend à  $T_{10}$  (l'état 10). Le cycle est complété alors que le gaz se refroidit à la température de  $T_1$ , qui est son état initial (l'état 1) (ou si les gaz d'échappement sont rejetés dans le milieu extérieur).

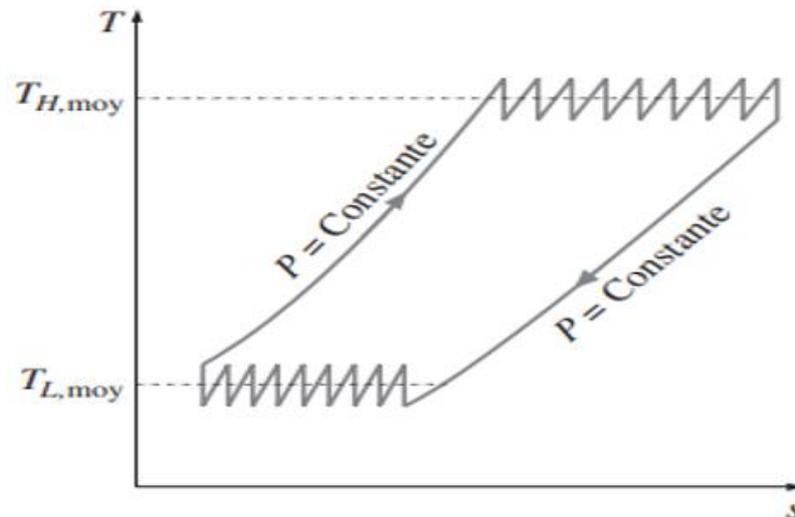


**Figure I.18 :** Diagramme T-s de la turbine à gaz avec refroidissement, réchauffage et régénération.

Il a été démontré auparavant que le travail de compression étagée est minimisé lorsque les rapports de pression de chaque étage sont égaux. De même, on peut démontrer que le travail produit au cours d'une détente étagée est maximisé lorsque les rapports de pression de chaque étage sont égaux. Par conséquent, le meilleur rendement de la turbine à gaz est obtenu pour :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_6}{P_7} = \frac{P_8}{P_9} \quad (1.3)$$

À mesure que le nombre d'étages de compression et de détente croît, le cycle de la turbine à gaz avec refroidissement, réchauffage et régénération se rapproche du cycle d'Ericsson (voir la figure I.18), et son rendement thermique tend vers le rendement théorique de Carnot. En pratique, toutefois, le nombre d'étages dépasse rarement trois ; la complexité et les coûts qui en découleraient seraient difficilement justifiables. [9]



**Figure [I.19] :** À mesure que le nombre d'étages de compression et de détente augmente, le cycle de la turbine à gaz avec refroidissement, réchauffage et régénération se rapproche du cycle d'Ericsson.

## I.6 Les avantages et les inconvénients de la turbine à gaz

Les turbines à gaz comme toute autre machine ou installation industrielles présente des avantages et des inconvénients, on peut citer à cet effet :

### Avantages :

- Une puissance élevée dans un espace restreint dans lequel un groupe diesel de même Puissance ne pourrait être logé
- A l'exception du démarrage et arrêt, la puissance est produite d'une façon continue
- Démarrage facile même à grand froid
- Diversité de combustible pour le fonctionnement
- Possibilité de fonctionnement à faible charge

### Inconvénients :

- Au-dessous d'environ 3000 KW, le prix d'installation est supérieur de celui d'un groupe diesel.
- Temps de lancement beaucoup plus long que celui d'un groupe diesel, à titre indicatif : 30 à 120 s pour une turbine, 8 à 20 s pour un groupe diesel.
- Rendement inférieur à celui d'un moteur diesel (cycle simple). À titre indicatif : 28 à 33 % pour une turbine de 3000 KW, 32 à 38 % pour un groupe diesel.[11]

## **I.7 Conclusion**

La turbine à gaz est une machine thermique essentielle dans de nombreuses industries, offrant une grande flexibilité et une puissance importante. Malgré ses inconvénients, elle reste un choix populaire pour la production d'électricité et la propulsion des véhicules.

Avec les progrès technologiques et les changements dans le paysage énergétique mondial, la turbine à gaz continuera probablement d'évoluer pour répondre aux besoins futurs en matière de production d'énergie et de transport.

---

*Chapitre II : Méthodologie Des Plans  
D'expériences*

---

## II.1 Introduction

Lors d'études multiparamétriques, les stratégies pour mener des expérimentations sont souvent informelles et peu performantes. Elles conduisent en général à de nombreux essais inutiles et à un volume de résultats difficile à exploiter. La méthodologie des plans d'expériences permet de tirer d'un nombre d'essais donné, le maximum d'informations pertinentes concernant l'influence des facteurs. La méthodologie des plans d'expériences sera présentée dans ce chapitre. La technique de screening est traitée ici par l'introduction aux plans factoriels, complets et fractionnaires. A l'aide de cette technique le nombre de facteurs supposés influents pour un procédé sera fortement diminué et les facteurs ayant peu d'influence seront éliminés. Par la suite, est présentée La démarche de la méthode Taguchi. La méthodologie de la surface de réponse, avec les plans composites centrés qui sont largement utilisés dans le processus d'optimisation des phénomènes complexes et non-linéaires. La modélisation par surface de réponse des caractéristiques de qualité (réponses) d'un système nous aidera à diminuer le temps du calcul nécessaire au processus d'optimisation sans avoir à faire appel à cette méthode. Cette approche nous permet de définir la fonction objective nécessaire au processus d'optimisation. L'optimisation globale étant une manière plus efficace pour les entreprises d'optimiser plusieurs réponses simultanément, nous avons utilisé la technique de désirabilité. Les bases théoriques de cette approche seront également présentées. La validation de ces méthodes sera faite aux cinquièmes et sixièmes chapitres de cette thèse par des applications à l'optimisation des conditions de coupes pendant le tournage dur (TD).

## II.2 La méthodologie des plans d'expérience

### II.2.1 Historique

Les plans d'expériences sont issus de méthodes mathématiques et statistiques appliquées à l'expérimentation. Les premiers scientifiques à s'être posé le problème de l'organisation des essais sont des agronomes. Ils avaient en effet beaucoup de paramètres à étudier et n'avaient pas la possibilité de multiplier le nombre d'expériences. De plus, la durée des expériences constituait une contrainte supplémentaire forte. C'est Fisher qui pour la première fois en 1925, proposa une méthode avec laquelle on étudiait plusieurs facteurs à la fois. Cette méthode fut reprise puis développée par des statisticiens et des mathématiciens qui définirent des tables d'expériences permettant de réduire considérablement le nombre d'expériences à effectuer sans diminuer la pertinence de la campagne d'essais. Les grandes entreprises se sont ensuite intéressées à cette méthodologie dans le cadre de l'approche qualité à la suite des travaux du Docteur Taguchi, [16]. Il a fortement contribué à l'expansion de l'utilisation des plans

d'expériences en milieu industriel au Japon dans les années 1960. Au cours de ces dernières années, cette méthodologie, du fait de la pertinence des informations apportées, s'est développée dans la plupart des secteurs d'activités.

La Méthodologie des Plans d'Expériences (MPE) peut s'appliquer à tous les phénomènes type **boîte noire** (Figure II-1) où l'on cherche à optimiser les données de sortie (les réponses) en réglant les données d'entrée (les facteurs). Les données d'entrée sont connues dans la littérature comme étant des facteurs qui peuvent être contrôlés, mais il existe parfois des facteurs qui ne peuvent pas l'être, par conséquent ils ont reçu l'appellation de **facteurs bruits**.

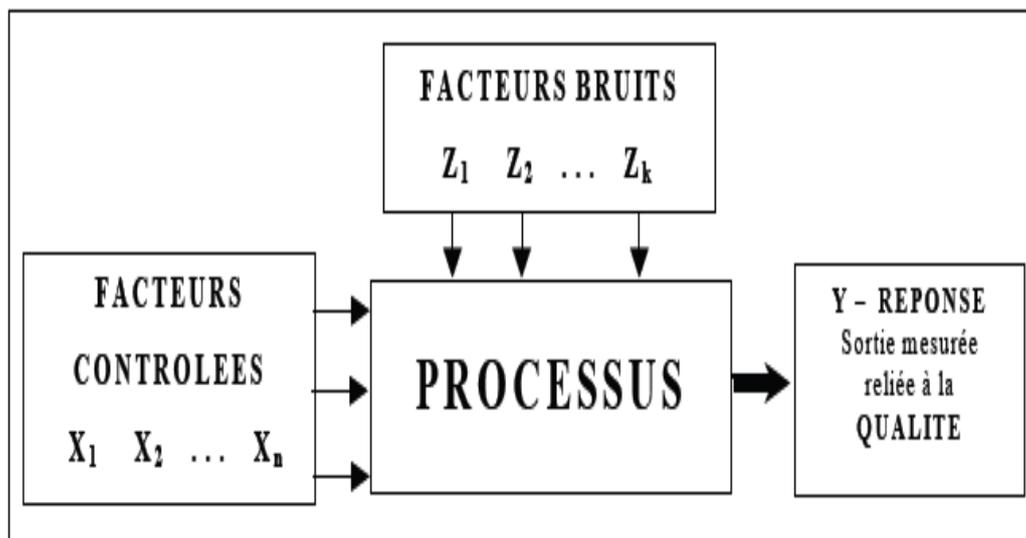


Figure II.1 La boîte noire du processus.

### II.2.2 Principe

La technique des plans d'expériences va permettre de répondre à nos exigences. En effet, son principe consiste à faire varier simultanément les niveaux d'un ou plusieurs facteurs (qui sont les variables, discrètes ou continues) à chaque essai. Ceci va permettre de diminuer fortement le nombre d'expériences à réaliser tout en augmentant le nombre de facteurs étudiés, en détectant les interactions entre les facteurs et les optimaux par rapport à une réponse, c'est à dire une grandeur utilisée comme critère et en permettant de modéliser facilement les résultats. Le point délicat dans l'utilisation des plans d'expériences sera donc de minimiser le plus possible le nombre d'expériences à mener sans sacrifier la précision sur les résultats. De nombreux ouvrages traitent des plans d'expériences. Celui publié par l'association Expérimentique [17] présente de façon claire les plans d'expériences et propose une bibliographie commentée très riche permettant à l'expérimentateur de trouver les informations qui lui sont nécessaires. Il existe actuellement un nombre important de plans différents. Chacun,

par ses propriétés, permet de résoudre certains problèmes particuliers. On peut cependant diviser les plans d'expériences en deux grandes catégories :

- les plans pour étudier (estimer et comparer) les effets des paramètres,
- les plans pour régler les paramètres afin d'atteindre un optimum.

L'idée essentielle qui doit mener la démarche expérimentale de l'expérimentateur est que l'on met en œuvre un plan d'expériences afin de répondre à une problématique bien précise. Il faut donc choisir ou construire le plan qui donnera les informations recherchées. On ne pourra donc pas utiliser le même plan pour étudier efficacement les effets des paramètres tout en cherchant un optimum. Afin d'obtenir des informations pertinentes, une démarche méthodologique doit être suivie :

- définitions des objectifs et critères,
- définition des facteurs étudiés et du domaine expérimental,
- construction du plan d'expériences,
- expérimentation,
- analyse des résultats,
- conduite éventuelle d'essais supplémentaires,
- validation des résultats,
- conclusion de l'étude.

### II.2.3 Expérimentations

Une expérimentation est une évaluation ou une série d'évaluations permettant d'explorer, de définir et de construire des données (résultats d'essais) pour modéliser ou prévoir le comportement d'un système ou d'un procédé [18]. Classiquement, les expériences dans la MPE sont des expériences réelles pour lesquelles la modification des conditions expérimentales correspond à des variations plus ou moins importantes sur la réponse à étudier. Les réponses expérimentales sont soumises à des erreurs expérimentales et aux erreurs de mesure. Les simulations numériques permettent de modéliser des phénomènes complexes, de mieux les comprendre et de procéder à des expérimentations par voie numérique en modifiant certains de leurs paramètres. Cette technique met en œuvre des modèles théoriques qui sont les clones de phénomènes réels, souvent très difficiles à modéliser. Si leur utilisation est généralement plus économique et plus souple que les expériences réelles, des validations expérimentales sont toujours nécessaires pour garantir leur pertinence. Malgré cet avantage économique, les simulations numériques sont des essais qui ne peuvent pas être répétés, parce que la variabilité naturelle des réponses n'est plus présente.

Chaque réponse correspondant à un essai, est obtenue à partir d'une seule simulation numérique.

Par contre il existe aussi de nombreuses sources de variations présentes lors de l'initialisation et du déroulement des processus d'expérimentation numérique. Indépendamment de la MPE, parmi les sources de variations on peut citer :

- précision des données d'entrée, compréhension du phénomène à modéliser,
- les possibilités réelles des logiciels utilisés pour la modélisation,
- degré de simplification adopté pour le modèle proposé,
- caractéristiques du maillage du modèle,
- capacité de l'ordinateur, etc.

De plus il faut tenir compte aussi des inconvénients liés à la MPE :

- type de plan utilisé,
- type de modélisation utilisée, etc.

#### II.2.4 Modélisation de la réponse

Lorsqu'on réalise une étude expérimentale (ou des simulations numériques), d'un phénomène ou d'un procédé, on la caractérise par des réponses dont on suit les variations de en fonction divers paramètres (facteurs) influents. Généralement, l'illustration des résultats est donnée par la représentation graphique de la réponse (surface de réponse) en fonction de deux paramètres (on est limité à l'espace en trois dimensions). Si on considère une réponse théorique  $Y_{th}$ , dépendant de  $n$  paramètres (facteurs)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  on peut écrire :

$$Y_{th} = F(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{II.1})$$

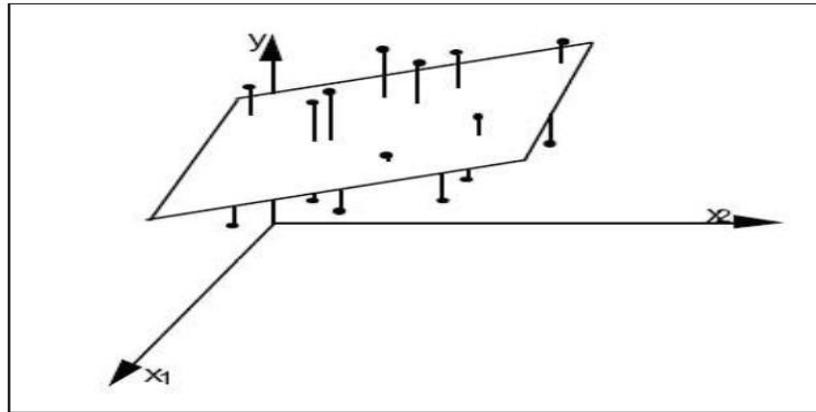
Mais la réponse théorique est différente de la réponse obtenue par voie expérimentale ou numérique  $Y_{exp}$  à cause des erreurs expérimentales (ou numériques) inhérentes. L'expression précédente devient :

$$Y_{exp} = Y_{th} + \varepsilon = F(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon \quad (\text{II.2})$$

D'une manière générale pour la modélisation d'un système n'ayant que deux variables, on peut écrire le modèle comme suit :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3 \quad (\text{II.3})$$

Ce modèle explique la variation de la réponse  $Y$  en fonction des deux variables considérées  $x_1, x_2$ , en supposant que la relation est linéaire. Cette hypothèse nous amène à utiliser la régression linéaire [19, 20] pour obtenir les coefficients du modèle dont la représentation géométrique est un plan de régression (Figure II-2).



**Figure II.2** Plan de régression pour deux variables.

Le plan est ajusté selon le principe des moindres carrés où les sommes des carrés des erreurs d'estimation de la variable dépendante sont minimisées (Figure II-2). S'il y a plus de deux variables, on peut étendre la méthode en ajoutant les variables et leurs paramètres :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_p \cdot x_p \quad (\text{II.4})$$

Cette équation est celle d'un hyperplan à  $p$  dimensions. Les paramètres  $\beta_i$  sont *les pentes* de l'hyperplan dans les dimensions considérées, et sont appelés *coefficients de régression*.

### II.2.5 Intérêt du codage des variables

L'intérêt du codage de variables, tient à l'homogénéité de l'équation polynomiale (modèle) que l'on établit pour la représentation mathématique de la réponse. D'une manière générale on peut affirmer que les paramètres ou les variables d'origine pour un modèle donné, notés  $P_k$ , n'ont pas nécessairement les mêmes dimensions ce qui rend difficile la comparaison de leurs coefficients. Dans le cas où les variables sont codées, toutes varient entre les mêmes valeurs minimales et maximales (respectivement  $-1$  et  $+1$  notation largement acceptée quand il y a deux niveaux par facteur) elles n'ont plus de dimension, et les coefficients  $\beta_i$  ont tous alors la dimension de la réponse.

D'après [21], lorsque l'on attribue la valeur  $-1$  au niveau bas et la valeur  $+1$  au niveau haut, on effectue deux modifications importantes :

- on change l'unité de mesure,
- on déplace l'origine des mesures.

Ces deux modifications entraînent l'introduction de nouvelles variables que l'on appelle variables centrées réduites ou variables codées (centrées pour indiquer le changement d'origine et réduites pour signaler la nouvelle unité).

Le passage des variables d'origine  $P_k$  aux variables centrées réduites  $x_k$  et inversement, est donné par la relation suivante [22]:

$$x_k = \frac{P_k - P_k^0}{\Delta P_k} \quad (\text{II.5})$$

avec :

- $x_k$  : la valeur de la variable codée  $k$  ;
- $P_k$  : la valeur de la variable naturelle  $k$  ;
- $P_k^0$  : la valeur de la variable naturelle  $k$  au centre du domaine d'étude.
- $\Delta P_k$  : est appelé pas de variation et il mesure la variation de la variable réelle  $k$  associée à une variation d'une unité de la variable codée correspondante.

Les variables  $x_k$  sont appelées variables centrées réduites et elles sont utilisées pour faciliter les comparaisons et l'étude des variations. En travaillant avec ces variables codées, nous pouvons comparer directement leurs différents effets sans tenir compte de leurs unités.

### II.2.6 Principales composantes de la méthodologie des plans d'expériences

La MPE est une approche visant tous les phénomènes de type *boîte noire* pour lesquelles on cherche les valeurs optimales des données d'entrée - *les facteurs*, qui permettent une meilleure maîtrise des données de sortie - *les réponses*. Les trois principales composantes de la MPE qui nous intéressent dans cette étude sont :

- la **Méthode Taguchi**
- la **technique de criblage** (ou de *screening* - appellation anglo-saxonne) L'analyse d'un système ou d'un processus commence toujours par une identification de toutes les causes susceptibles d'influencer d'une manière significative le bon déroulement du processus. Parmi les facteurs recensés par l'expérimentateur, la technique de criblage permet de déterminer ceux qui ont une influence statistiquement non négligeable sur la variation de la réponse. Cet outil nous permet aussi une simplification du problème (appelée aussi débroussaillage). La question pour laquelle il faut trouver une réponse en utilisant cette technique est :

Pourquoi la réponse varie et surtout en fonction de quels facteurs ?

- la **méthodologie des surfaces de réponse** Dans le processus d'optimisation on cherche à améliorer le comportement d'un système ou d'un processus, dans un domaine expérimental bien défini, influencé par une ou plusieurs variables. La méthodologie de surface de réponse permet de trouver d'une façon empirique mais économique le lien qui existe entre les paramètres (les facteurs) d'un processus ou d'un système et les caractéristiques de qualité (les réponses) recherchées par l'expérimentateur.

D'une manière générale on peut rappeler que les objectifs de la MPE sont multiples, en présente ici quelques-uns ainsi que les plans d'expériences concernés :

- diminuer le nombre d'essais (réels ou simulations numériques)
- étudier un nombre très grand de facteurs (plans fractionnaires)
- détecter les facteurs influents (plans de criblage)
- détecter les interactions entre les facteurs (confusion ou alias)
- rechercher l'optimum (nominal ou extrémum)
- réduire la variabilité ou d'étudier la robustesse d'un processus (plans produits)
- obtenir la meilleure précision sur le résultat (réponse)
- modéliser et optimiser les résultats ou les réponses (plans pour surface de réponse).

### **II.2.7 La Méthodologie des Surfaces de Réponse**

L'optimisation de procédé cherche à trouver l'ensemble des conditions de fonctionnement pour les variables du procédé qui ont comme conséquence la meilleure performance du processus. La Méthodologie des Surfaces de Réponse (MSR) [23], [24], [25] et [26] est une collection de stratégies expérimentales de méthodes mathématiques et statistiques qui permet à un expérimentateur de choisir la meilleure des combinaisons des niveaux des paramètres qui optimise un processus. La MSR est une approche d'optimisation développée au début des années 50 par Box et Wilson [27]. De nombreux chercheurs ont contribué à enrichir cette méthode [28] et elle a été introduite en Europe vers les années 1988 - 1990.

L'objectif d'une telle méthodologie est de :

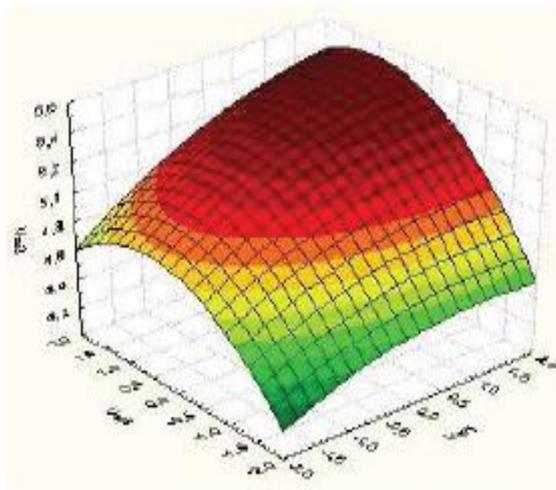
- déterminer les conditions de fonctionnement optimales pour un système ou un processus,
- déterminer une région de l'espace des facteurs dans laquelle des caractéristiques de fonctionnement (les réponses) sont satisfaites,
- modéliser et analyser un processus pour lequel la réponse est influencée par plusieurs variables,
- établir un rapport (équation de la surface de réponse) entre la réponse et les variables indépendantes qui est dans la plupart des cas inconnu.

Cette technique, issue des techniques de plans d'expériences, vise à déterminer d'une façon quantitative les variations de la fonction réponse vis à vis des facteurs d'influence significative d'un certain processus ou système. À l'origine, la MSR a été développée pour modéliser des réponses expérimentales [21], puis, pour modéliser des expériences numériques (peu développé) vers les années 1995. Mais à cause d'un développement rapide du marché et d'une concurrence importante, ces dernières années les chercheurs ont commencé à utiliser de plus en plus les expériences numériques [29], [30] et [31] pour une bonne et simple raison: c'est bien moins cher par rapport aux expérimentations réelles.

La MSR est basée sur une relation d'approximation entre la réponse mesurée  $y$  et  $n$  variables aléatoires (les facteurs étudiés) en utilisant les données observées d'un processus ou d'un système. La réponse est généralement obtenue par des essais réels ou des simulations numériques. Dans la plupart des cas, la fonction  $Y$  qui est une approximation de la réponse mesurée  $y$ , est un modèle polynomial du premier ou deuxième degré. Généralement le modèle est donné par :

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_j + \sum_{j=1}^p \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i < j}^p \beta_{ij} x_i x_j \quad (\text{II.6})$$

Ce modèle est appelé surface de réponse (Figure II.3) et il est très classique pour décrire des phénomènes physiques. Afin de prévoir plus exactement la réponse, un modèle de second



**Figure II.3** Surface de Réponse.

ordre est utilisé pour chercher le caractère non linéaire du phénomène étudié. De même la fonction  $Y$  d'approximation, peut être écrite sous la forme matricielle comme suit :

$$Y = X \cdot \beta + \varepsilon \quad (\text{II.7})$$

Dans la relation ci-dessus  $X$  est la matrice de calcul des effets ou la matrice d'expériences, le vecteur  $\beta$  est le vecteur des coefficients du modèle qui contient seulement les coefficients du modèle qui ne sont pas connus, mais qui sont déterminés généralement en minimisant la somme des carrés des résidus  $\varepsilon$ .

### II.2.7.1 Régression multilinéaire

L'objectif de la régression multilinéaire est de trouver un ensemble de coefficients qui résout le mieux possible le système d'équations ci-dessus (équation II.7). Si on fait l'hypothèse de

moindres carrés [19, 20], on cherche le jeu de coefficients qui minimise la somme des carrés des écarts. Sous la forme matricielle on peut écrire :

$$\varepsilon^t \cdot \varepsilon \quad (\text{II.8})$$

La somme sera minimale, par rapport aux coefficients si :

$$\frac{\partial \varepsilon^t \cdot \varepsilon}{\partial \beta} = 0 \quad (\text{II.9})$$

En utilisant la méthode de moindres carrés la solution est donnée par :

$$\hat{\beta} = (X^t \cdot X)^{-1} \cdot X^t \cdot Y \quad (\text{II.10})$$

Cette relation est fondamentale pour la compréhension de l'hypothèse des moindres carrés. Le jeu de coefficients ainsi obtenu, appelé aussi coefficients de régression, est utilisé par la suite pour obtenir les réponses dans tout le domaine d'étude.

$$\hat{Y} = X \cdot \hat{\beta} \quad (\text{II.11})$$

### II.2.7.2 Recherche globale de l'ajustement du modèle

Si on reprend l'équation (II.7) on peut écrire que

$$Y = \hat{Y} + \varepsilon = X \cdot \hat{\beta} + \varepsilon$$

(II.12)

On peut démontrer aussi que la somme des carrés des réponses mesurées est égale à la somme des carrés de réponses prédites augmentée de la somme des carrés des résidus, soit

$$Y^t \cdot Y = \hat{\beta}^t \cdot X^t \cdot X \cdot \hat{\beta} + \varepsilon^t \cdot \varepsilon \quad (\text{II.13})$$

L'équation (II.13) s'appelle l'équation de l'analyse de la variance et elle représente la synthèse de l'analyse statistique.

- la somme des carrés des réponses mesurées ou la Somme des Carrés Totaux (*SCT*)
- la somme des carrés de réponses prédites ou la Somme des Carrés due à la régression (*SCR*).
- la Somme des Carrés des résidus ou due à l'Erreur (*SCE*).

Pour évaluer le degré d'explication du modèle par rapport aux réponses mesurées, on établit le rapport  $R^2$ .

$$R^2 = \frac{SCR}{SCT} \quad (\text{II.14})$$

Ce rapport s'appelle **coefficient de corrélation multiple**, ou coefficient de **détermination**, il nous donne une indication sur la qualité de l'ajustement. En fait, il représente le rapport entre la variance expliquée par le modèle ou due à la régression (*SCR*) et la variance totale (*SCT*). Il

nous donne des informations sur l'existence d'une relation linéaire entre les variables considérées.

Le rapport  $R^2$  (équation II.14) varie entre 0 et 1. S'il vaut zéro c'est que le modèle n'explique rien. S'il vaut 1 c'est que le modèle explique toutes les réponses mesurées. Ce rapport ( $R^2$ ) n'est pas une garantie absolue de la qualité du modèle. Un coefficient de corrélations nul ne signifie pas l'absence de toute relation entre les variables considérées. Il peut exister une relation non-linéaire. Cependant dans le contexte de la régression multiple, cela pose le problème de la sur-paramétrisation du modèle. Plus on ajoute de variables explicatives (les facteurs), plus le  $R^2$  augmente, même si les nouvelles variables explicatives sont très reliées à la variable dépendante (la réponse). Tout dépend du nombre de résultats et du modèle choisi. Pour éviter ce phénomène, on calcule le coefficient  $R^2$  ajusté.

### II.2.7.3 Le $R^2$ ajusté

Par définition, ce coefficient  $R^2$  ajusté -  $R^2_A$  est donné par la relation [GOU 21] :

$$R^2_A = 1 - \frac{SCE / (N - p - 1)}{SCT / (N - 1)} \quad (\text{II.15})$$

Où :

- $p$  est le nombre de facteurs
- $N$  correspond au nombre total de simulations du plan d'expériences.

### II.2.7.4 Stratégie de sélection du meilleur sous-modèle

Lorsque le nombre de facteurs est grand, il n'est pas raisonnable d'explorer tous les modèles possibles afin de sélectionner le *meilleur*. Différentes stratégies sont donc proposées qui doivent être choisies en fonction de l'objectif recherché et des moyens de calcul disponibles.

Trois types d'algorithmes utilisés souvent dans la littérature [32] sont résumés ci-dessous :

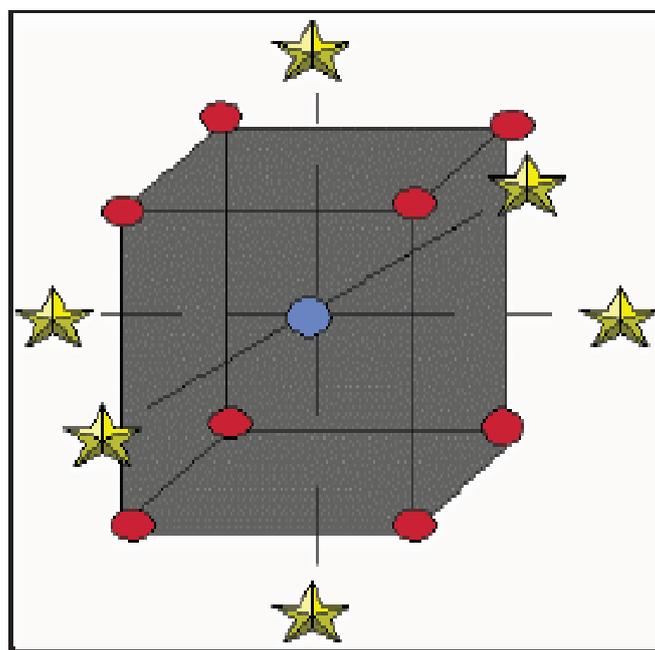
1. Pas à pas pour lequel il y a trois modalités :
  - Sélection (forward)
  - Élimination (backward)
  - Mixte (stepwise)
2. Par échange pour lequel il y a deux modalités :
  - Maximisation de  $R^2$
  - Minimisation de  $R^2$
3. Global

– L'algorithme de Furnival et Wilson

### II.2.7.5 Plans Composite Centraux

Les Plans Composites Centraux sont un bon complément des plans orthogonaux, de par leurs propriétés statistiques, mais aussi parce qu'ils sont meilleurs que les plans orthogonaux pour certains problèmes [20]. Ils sont développés, en particulier, dans la Méthodologie des Surfaces de Réponse, et ils permettent l'étude d'un modèle quadratique, dans la plupart des cas des phénomènes non linéaires. Tous les facteurs pour lesquels on souhaite tester l'influence quadratique auront 5 niveaux. Les plans composites centraux sont constitués de trois parties, ce qui permet une démarche séquentielle [33] :

1. Le point au centre du domaine expérimental (Figure II.4), usuellement noté par 0 répété plusieurs ( $n_0$ ) fois pour estimer la variance de répétabilité.
2. Un plan orthogonal en  $NF$  essais, qui est le plus souvent un plan factoriel ou un plan de Box-Hunter, et qui combine des facteurs à 2 niveaux usuellement notés +1 et -1.
3. Les points en étoile (Figure II.4). Ces points représentent 2 essais par facteur, usuellement notés  $+\delta$  et  $-\delta$ .



**Figure II.4** Plan composite centré pour 3 facteurs.

Le domaine de variation des facteurs est ramené à  $[-\delta; +\delta]$ . Ainsi, un facteur variant dans l'intervalle  $[\text{Min}; \text{Max}]$  sera découpé en 5 niveaux :  $-\delta, -1, 0, +1, +\delta$  calculés selon le tableau II.1.

**Tableau II.1** Calcul des niveaux des facteurs

Niveau	Valeurs réelles
$-\delta$	Min
-1	$\frac{Min + Max}{2} - \frac{1}{\delta} \left( Max - \frac{Min + Max}{2} \right)$
0	$\frac{Min + Max}{2}$
+1	$\frac{Min + Max}{2} + \frac{1}{\delta} \left( Max - \frac{Min + Max}{2} \right)$
$+\delta$	Max

Le paramètre  $\delta$  est supérieur à 1 et est calculé grâce à la formule :

$$\delta = \sqrt[4]{N_F} \quad (\text{II.16})$$

Où :

–  $N_F$  est le nombre d'essais du plan orthogonal

Le nombre total des essais  $N$  peut être calculé grâce à la formule :

$$N = N_F + N_\delta + n_0 = 2^k + 2 \cdot k + n_0 \quad (\text{II.17})$$

Où :

–  $N_F = 2^k$  est le nombre des essais pour le plan factoriel  $2k$  (figure II.4 – les points en rouge).

–  $N_\delta = 2k$  est le nombre des essais appelé en étoile (figure II.4).

–  $n_0$  est le nombre des essais au centre du domaine pour estimer la variance de répétabilité. (Figure II.4 - le point en bleu ou le point central).

### II.2.7.6 Propriétés des plans composites centrés

La qualité d'un modèle dépend de la matrice de dispersion  $(X^T X)^{-1}$ , donc des éléments de la matrice d'information  $(X^T X)$ , et par conséquent de la structure de la matrice d'expériences et de la forme analytique du modèle. Il est donc nécessaire de classer les matrices d'expériences de bonne qualité, qui, si le modèle postulé représente bien le phénomène étudié, nous permettra de connaître en n'importe quel point du domaine expérimental d'intérêt la valeur de la réponse. Il existe plusieurs critères de qualité mais dans ce rapport on ne présente que les propriétés d'isovariance par rotation et presque orthogonalité qui confèrent aux plans d'expériences par surfaces de réponse une meilleure qualité de la modélisation.

Un plan d'expériences remplit la propriété d'isovariance par rotation si la variance des réponses prédites est la même en tous les points du domaine d'étude [19]. La propriété d'isovariance par rotation est une condition nécessaire à l'obtention d'une précision uniforme. La propriété d'isovariance par rotation pour un plan composite centré est remplie si la distance entre les points en étoile (Figure II.4) satisfait la condition :

$$\delta = (2^k)^{1/4} \quad (\text{II.18})$$

Où :  $k$  est le nombre de facteurs étudiés.

A la place de l'isovariance par rotation, on peut respecter le critère d'orthogonalité. Pour cela il faudrait une disposition des points qui entraîne une matrice d'information ( $X^T X$ ) diagonale. Mais cela n'est pas possible car on ne peut pas annuler les éléments correspondant aux termes constants et aux termes carrés qui sont différents de zéro et ne se retrouvent pas sur la diagonale de la matrice d'information. Pour cela il faut donc envisager un autre critère, celui de la presque orthogonalité. Pour aboutir à ce critère il faut que la sous-matrice, obtenue en éliminant la première ligne et la première colonne de l'inverse de la matrice d'information ( $X^T X$ ), soit diagonale. On peut démontrer [21] que cela est possible si :

$$\delta = \left( \frac{N_F (\sqrt{N} - \sqrt{N_F})^2}{4} \right)^{1/4} \quad (\text{II.19})$$

Le nombre de points des plans factoriels et de points en étoile est, en général défini par l'expérimentateur avant les essais. La valeur de  $\delta$  est donc fonction du nombre des points au centre  $n_0$ . Le tableau II.2 permet de choisir ce nombre et la valeur de  $\delta$  pour respecter le critère de presque orthogonalité [DRO 22].

**Tableau II.2 :** Valeurs de  $\delta$  fonction du nombre de points au centre du domaine.

Valeur de $n_0$	Nombre de facteurs						
	1	2	3	4	5	6	7
$n_0 = 1$	1	1,215	1,414	1,547	1,596	1,724	1,761
$n_0 = 2$	1,078	1,287	1,483	1,607	1,662	1,784	1,824
$n_0 = 3$	1,147	1,353	1,547	1,664	1,724	1,841	1,885
$n_0 = 4$	1,21	1,414	1,607	1,719	1,784	1,896	1,943

### II.2.7.7 Utilité des points au centre du domaine d'étude

Parce qu'un plan composite centré n'est pas orthogonal (l'inverse de la matrice d'information ou matrice de dispersion n'est pas diagonale - voir la propriété d'orthogonalité) et ne peut jamais l'être [33], en augmentant le nombre de répétitions des essais au centre du domaine on tend vers l'orthogonalité. Les points au centre du domaine d'étude changent les propriétés des plans utilisés et nous apportent aussi des informations supplémentaires sur le modèle utilisé. Lorsque le nombre de points centraux augmente, on obtient une zone dans laquelle l'erreur de prédiction est uniforme [21] et par conséquent la qualité de la modélisation croît. Les essais au centre du domaine d'étude sont des essais répétés plusieurs fois dans les mêmes conditions afin d'estimer la variance de répétabilité. Les points au centre du domaine d'étude sont un outil nécessaire pour obtenir une information sur la présence ou non d'un effet quadratique pour un modèle postulé. Ces points sont utilisés aussi pour estimer l'erreur expérimentale et particulièrement pour chercher si le modèle proposé est adéquat. Par exemple pour un plan composite centré afin d'obtenir une variance uniforme sur la modélisation il faut ajouter 3 à 5 points centraux [20].

## II.3 L'optimisation multicritère

### II.3.1 Introduction

Typiquement, dans l'analyse des données industrielles il y a beaucoup de réponses (variables) qui devront être étudiées en même temps. En plus, pour optimiser ces réponses individuellement on peut rencontrer des contradictions pour les différents niveaux de facteurs acceptables pour une réponse et non pour les autres. Le but de l'optimisation multicritères est de minimiser au mieux les différents objectifs [34]. En effet, la solution que l'on obtient est une solution de compromis. Elle minimise un certain nombre d'objectifs tout en dégradant les performances sur d'autres objectifs. Mais finalement la solution acceptée va assurer une satisfaction globale sur le processus parce qu'elle répondra à plusieurs objectifs en même temps. Le but de ce paragraphe est de vous présenter une méthode d'optimisation multicritères, qui sera appliquée afin d'améliorer les performances d'une turbine à gaz (Voir Chapitre IV).

### II.3.2 Méthode de Chang

D'une façon générale, le coût de production est exprimé comme une somme du non qualité et du coût de fabrication. L'optimisation multicritères mesure la sensibilité des réponses pour la qualité finale des produits. Cette méthode propose pour chaque réponse  $Y_j(x)$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$ , une fonction  $d_j(Y_j(x))$  qui peut prendre des valeurs entre 0 et 1, valeurs qui mesurent la sensibilité de la réponse et qui s'appelle fonction de désirabilité. Ici  $x$  signifie le vecteur des facteurs ou des variables indépendantes  $x^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Après avoir défini les fonctions pour

chaque réponse individuellement, une fonction objective globale est définie comme une moyenne géométrique des différentes désirabilités.

$$D(x) = \left[ d_1(Y_1(x)) \cdot d_2(Y_2(x)) \cdot \dots \cdot d_p(Y_p(x)) \right]^{\frac{1}{p}} \quad (\text{II.20})$$

La fonction de désirabilité  $d_j(Y_j(x))$  a été proposée originalement par [35] de deux façons :

$$d_j(Y_j(x)) = e^{-Y_j(x)} \quad (\text{II.21})$$

$$d_j(Y_j(x)) = e^{-|Y_j(x)|} \quad (\text{II.22})$$

Puisque les transformations (II.21 ou II.22) ne sont pas très flexibles dans le sens où ces fonctions ne peuvent pas assumer une variété de formes, [36] et autres ont proposé deux autres fonctions :

$$d_j(Y_j(x)) = \begin{cases} 0 & \text{si } Y_j(x) \leq Y_{\min j} \\ \left( \frac{Y_j - Y_{\min j}}{Y_{\max j} - Y_{\min j}} \right)^r & \text{si } Y_{\min j} \leq Y_j(x) \leq Y_{\max j} \\ 1 & \text{si } Y_j(x) \geq Y_{\max j} \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

$$d_j(Y_j(x)) = \begin{cases} \left( \frac{Y_j - Y_{\min j}}{T_j - Y_{\min j}} \right)^s & \text{si } Y_{\min j} \leq Y_j(x) \leq T_j \\ \left( \frac{Y_j - Y_{\max j}}{T_j - Y_{\max j}} \right)^t & \text{si } T_j \leq Y_j(x) \leq Y_{\max j} \\ 0 & \text{si } Y_j(x) \notin [Y_{\min j}; Y_{\max j}] \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Dans les équations (II.23) et (II.24),  $r$ ,  $s$  et  $t$  sont des variables définies par l'utilisateur fonction de leur expérience permettant à celui-ci d'indiquer les limites de la fonction de désirabilité autour de la valeur cible ( $T_j$ ) pour une réponse  $j$ .

Les quantités  $Y_{minj}$  et  $Y_{maxj}$  représentent les limites de désirabilité pour la réponse  $j$ . L'approche de la fonction de désirabilité repose en effet sur l'utilisation de la méthodologie de la surface de réponse pour la modélisation polynomiale de chaque réponse  $Y_j(x)$ , par une substitution des polynômes dans les équations (II.23), (II.24), afin de faire encore une substitution par les désirabilités individuelles dans l'équation (II.20). Finalement, il reste une seule fonction objective pour chercher la solution  $x$ , tout en maximisant la désirabilité totale  $D(x)$ .

Comme il a été indiqué par [37] et autres, l'existence de points de discontinuité dans la fonction de désirabilité ne permet pas l'utilisation des algorithmes à base de gradient pour l'optimisation. Ainsi, [37] et autres ont proposé une fonction de désirabilité modifiée pour résoudre ce problème, de telle sorte que l'algorithme généralisé du gradient réduit (Generalized Reduced Gradient GRG) puisse être appliqué. Ils ont utilisé une fonction de désirabilité continue par intervalles pour laquelle le point de discontinuité a été corrigé en utilisant un polynôme quadratique de la forme :

$$f(Y) = A + BY + CY^2 + DY^3 + EY^4 \quad (\text{II.25})$$

Pour laquelle A, B, C, D et E sont des paramètres. Ils ont proposé cinq conditions à satisfaire par l'équation (II.27). Plus de détails au sujet de cette méthode peuvent être trouvés dans [37]. L'approche proposée par [38] n'a aucun point de discontinuité dans la fonction de désirabilité. Par ailleurs, cette approche permet l'utilisation de l'algorithme GRG qui trouve les configurations optimales pour les  $p$  réponses.

Pour la méthodologie de la surface de réponse l'utilisation des variables codées (ou des variables centrées réduites) pour trouver le modèle de régression pour  $p$  variables est une pratique courante. La relation la plus répandue pour la transformation des variables réelles en variable codées a été proposée par [39] :

$$x = \frac{2 \cdot t - (u + l)}{u - l} \quad (\text{II.26})$$

Pour laquelle :

- $u$  est la valeur supérieure pour  $t$
- $l$  est la valeur inférieure pour  $t$
- $t$  est la valeur cible étudiée avec  $l \leq t \leq u$
- $x$  est la valeur codée qui correspond à  $t$ .

L'approche par la fonction de désirabilité est l'une des méthodes les plus utilisées dans l'industrie, pour traiter l'optimisation des procédés à réponses multiples. Dans une démarche d'optimisation globale, nous proposons dans ce rapport l'application de la technique de Ch'ng

[38] afin d'optimiser plusieurs réponses simultanément. La clef de la méthode consiste en l'addition de **1** dans la relation du changement de variables réelles en variables codées. Cette modification donne la nouvelle forme de la fonction de désirabilité :

$$d^*(Y) = \frac{2 \cdot Y - (USL + LSL)}{USL - LSL} + 1 = \left( \frac{2}{USL - LSL} \right) \cdot Y + \left( \frac{-2LSL}{USL - LSL} \right) \quad (\text{II.27})$$

Pour laquelle :

- $USL$  est la valeur limite supérieure pour la réponse  $Y$
- $LSL$  est la valeur limite inférieure pour la réponse  $Y$
- $Y$  est la réponse ou une caractéristique de qualité avec  $LSL \leq Y \leq USL$
- $d^*(Y)$  est la désirabilité proposée pour la fonction objectif avec  $0 \leq d^*(Y) \leq USL$

La motivation de l'auteur [38] pour l'addition de **1** est de convertir la fonction de désirabilité ou de s'assurer qu'elle n'est pas négative.

La fonction de désirabilité  $d^*(Y)$  proposée par cette méthode est utilisée pour transformer la qualité de la réponse par une valeur de désirabilité souhaitée.

$$0 \leq d^*(Y) \leq 2 \quad (\text{II.28})$$

La désirabilité totale proposée par [38] est obtenue par une somme pondérée avec les poids  $e_i$  (degré d'importance) de chaque réponse individuelle.

$$Desirabilite\ Totale = \frac{\sum_{i=1}^p e_i \cdot |d_i(Y_i) - d_i(T_i)|}{p} \quad (\text{II.29})$$

Pour laquelle :

- $d_i(Y_i)$  est la désirabilité individuelle pour la réponse  $Y_i$
- $d_i(T_i)$  est la désirabilité individuelle ciblée  $T_i$  pour chaque réponse
- $e_i$  est le degré d'importance pour chaque réponse individuelle, avec la relation :

$$\sum_{i=1}^p e_i = 1 \quad (\text{II.30})$$

L'utilisation de cette approche d'optimisation est conseillée pour des phénomènes à caractère fortement non linéaire comme les procédés de fabrication. Son efficacité sera prouvée dans le chapitre d'applications (Chapitre V) afin d'optimiser plusieurs réponses simultanément durant le processus du tournage dur.

Les avantages de l'utilisation de la technique de Ch'ng sont :

- par cette approximation la fonction de désirabilité n'a pas des points de discontinuité. Cette fonction est continue, donc différentiable.

- l'approximation polynomiale n'est pas exigée.
- de plus la méthode proposée permet l'utilisation de l'algorithme GRG pour trouver l'optimum.

---

## *Chapitre III : Calculs et simulation*

---

### III .1. Introduction

Dans le but d'étudier L'efficacité d'une turbine à gaz est déterminée par plusieurs facteurs thermodynamiques nous avons présenté un travail se rapportant à un cycle de base utilisé dans la plupart des turbines à gaz est connu sous le nom de cycle Brayton, du nom de l'ingénieur américain George Brayton. Ce cycle se compose de quatre processus principaux : la compression, la combustion, l'expansion et le rejet des gaz d'échappement. L'efficacité d'une turbine à gaz est déterminée par plusieurs facteurs thermodynamiques, tels que le rendement de compression, le rendement de combustion et le rendement de la turbine. Le rendement de compression est influencé par le taux de compression du compresseur, tandis que le rendement de combustion dépend de l'efficacité de la combustion du combustible. Le rendement de la turbine est lié à la conception des pales de la turbine et à la manière dont elles captent l'énergie cinétique des gaz en expansion. L'analyse thermodynamique de la turbine à gaz permet d'évaluer et d'optimiser les performances du cycle de Brayton. Les ingénieurs cherchent constamment à améliorer l'efficacité des turbines à gaz en développant des techniques de combustion avancées, des matériaux plus performants pour les pales de la turbine et en explorant de nouveaux cycles thermodynamiques.

#### III .1.1 Tableau représentant les paramètres de circuit

Les données de départ d'après la fiche technique de la turbine étudié sont indiquées dans le tableau III .1.

**Tableau III.1:** Données de départ d'après de la turbine à gaz

S/N	Paramètres de fonctionnement	Valeur	Unité
1	Débit massique d'air dans le compresseur ( $m_a$ )	125	kg/s
2	Temperature ambiante ( $T_1$ )	273-313	K
3	Température d'entrée de la turbine ( $T_3$ )	1100-1500	K
4	Rapport de compression ( $r_p$ )	4-12	-
5	Pouvoir calorifique inférieur (LHV) (natural gas, CH4)	47622	kJ/kg
6	Efficacité isentropique du compresseur	80	%
7	Efficacité isentropique de la turbine	85	%
8	Efficacité du régénérateur( $\epsilon$ )	45-85	%
9	Chaleur spécifique de l'air ( $C_{pa}$ )	1.005	kJ/kg.K
10	Rapport thermique spécifique de l'air ( $\gamma_a$ )	1.4	-
11	Chaleur spécifique du gaz ( $C_{pg}$ )	1.15	kJ/kg.K
12	Rapport thermique spécifique du gaz ( $\gamma_g$ )	1.33	-

## III .2 Simulations avec logiciel EES

### III .2.1 Définition de logiciel EES

Le logiciel EES (Engineering Equation Solver) a été développé par le professeur Sandy Kleinde l'Université du Wisconsin à Madison. [35]

Ce logiciel a pour but de permettre aux étudiants de se concentrer sur la mise en équation du problème et non sur la recherche des propriétés dans des tables ou sur la méthode de solution. EES est l'abréviation de Engineering Equation Solver ou Solveur d'équations pour l'ingénierie. EES permet de résoudre des systèmes d'équations algébriques, des équations différentielles, des équations à variables complexes. EES permet également d'optimiser les paramètres de modélisation d'un système, de calculer des régressions linéaires et non linéaires, de générer des courbes de grande qualité. [36]

EES contient une vaste bibliothèque de fonctions mathématiques et thermodynamique. Néanmoins, il est impossible de prévoir l'ensemble des besoins des utilisateurs.

De fait, EES offre à l'utilisateur la possibilité d'entrer ses propres fonctions suivant trois méthodes :

Il est possible de saisir et d'interpoler des données numériques dans une table, pour ensuite les utiliser directement dans la résolution de système des équations.

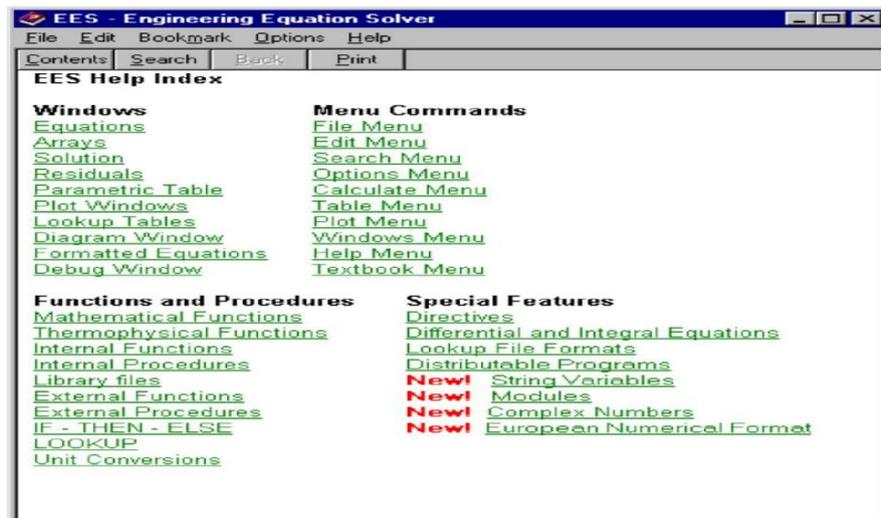
EES comporte son propre langage de programmation. Il s'apparente au PASCAL et FORTRAN. Il permet à l'utilisateur de développer et sauvegarder dans des fichiers de librairie ses propres fonctions et procédures. Ces fichiers seront lus à chaque ouverture du logiciel et ainsi utilisables dans chaque session.

Enfin, les fonctions et les procédures compilées, écrites dans un langage de haut niveau tel le PASCAL, le C ou le FORTRAN, pourront être utilisées dans EES par le biais de bibliothèques dynamiques (DLL).

Il est ainsi possible d'étendre les capacités du logiciel. [36]

### III.2.2 Information générale

Quand vous exécutez EES, une boîte de dialogue apparaît. Celle-ci contient le numéro d'enregistrement, le numéro de version. Ces informations vous seront demandées dans le cas où vous feriez appel au support technique. Cliquer sur le bouton 'OK' pour commencer une session EES. Une aide en ligne est disponible en permanence. Pour activer l'aide, appuyer sur la touche 'F1'. Pour visualiser l'index de l'aide, cliquer sur le bouton 'Contents'. Ce fichier d'aide comporte de nombreux liens hypertexte (mots soulignés en vert). [36]



**Figure III.1:** Fenêtre des Informations général. [36]

Les commandes de EES sont réparties suivant 9 menus.



**Figure III.2 :** Les commandes de EES. (Engineering Equation Solver Pour Microsoft Windows 'F-Chart Software' PDF)

Au-dessous de la barre de menu, se trouve une barre d'outils. Celle-ci comporte plusieurs icônes permettant d'accéder plus rapidement aux commandes de EES les plus fréquemment utilisées. Si vous placez le curseur sur un des boutons et patientez quelques secondes, une fenêtre décrivant la fonction du bouton apparaîtra. La barre d'outils peut être masquée si vous le souhaitez. Pour ce faire, veuillez cliquer sur Préférences disponible via le menu Options.

L'icône EES, disponible en haut à gauche de l'écran donne l'accès en cliquant avec le bouton droit de la souris aux caractéristiques de présentation de la fenêtre du programme. Il est possible de redimensionner la taille de la fenêtre, de mettre le logiciel en arrière-plan ou de fermer l'application.

Le menu Fichier donne l'accès aux commandes d'ouverture, de fermeture, de sauvegarde, de fusion de fichiers, de chargement des bibliothèques, de configuration de l'imprimante, d'impression.

Le menu Editer donne l'accès aux commandes d'annulation de la dernière opération effectuée mais aussi aux commandes copier, couper, coller, suppression ou sélection de l'ensemble du document actif.

Le menu Recherche contient les commandes de rechercher/remplacer d'une expression dans le document actif.



### III.2.4 Fenêtres de EES

#### a. Fenêtre de Solution

La fenêtre de Solution s'affichera automatiquement en avant plan une fois les calculs effectués. Les valeurs et les unités de chacune des variables de la fenêtre d'Equations apparaîtront dans l'ordre alphabétique. Par ailleurs, il est possible de réajuster la taille des colonnes dans cette fenêtre. Le format des variables et leurs unités peuvent être modifiés à l'aide de la commande "Information" sur les variables du menu 'Option'.

En double cliquant sur une variable, la boîte de dialogue de mise en forme de variables s'affiche. Vous pouvez donc modifier l'ensemble des paramètres. Les changements opérés dans la boîte de dialogue seront appliqués à l'ensemble des variables sélectionnées. (Rem : l'appuie sur la touche « Entrée » entraînera l'ouverture de cette même boîte de dialogue).

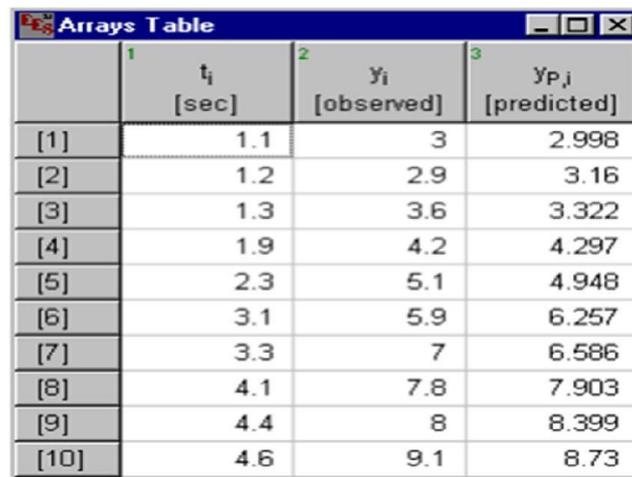


Figure III.4: Façade de la fenêtre de solution [36]

#### b. Fenêtre Tableaux

EES permet l'usage de variables de type tableaux. Ces variables possèdent un index figurant entre crochets [] ; par exemple, X [5] signifie que X est une variable de type tableaux à une dimension ; et Y [6,2] dans ce cas Y est une variable de type tableaux à deux dimensions. Ces variables se comportent comme des variables ordinaires. Elles comportent une valeur initiale, des valeurs limites hautes et basses et des propriétés d'affichage.

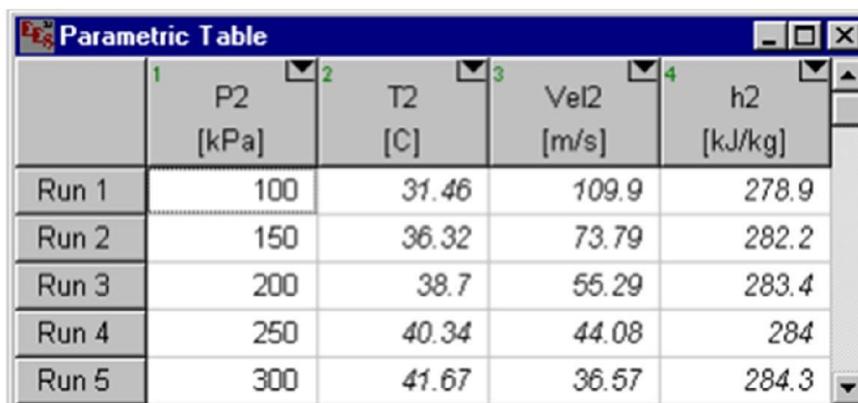
Les valeurs de toutes variables y compris les variables de type tableaux sont normalement affichées dans la fenêtre de Solution après les calculs, il est possible de présenter ces variables dans une fenêtre Tableaux plutôt que dans la fenêtre Solution (cette option est paramétrable dans la boîte de dialogue Préférence) comme présenté ci-dessous



	1 $t_i$ [sec]	2 $y_i$ [observed]	3 $y_{p,i}$ [predicted]
[1]	1.1	3	2.998
[2]	1.2	2.9	3.16
[3]	1.3	3.6	3.322
[4]	1.9	4.2	4.297
[5]	2.3	5.1	4.948
[6]	3.1	5.9	6.257
[7]	3.3	7	6.586
[8]	4.1	7.8	7.903
[9]	4.4	8	8.399
[10]	4.6	9.1	8.73

Figure III.5: Interface de La fenêtre Tableaux. [36]

### c. Fenêtre de la table paramétrique



	1 P2 [kPa]	2 T2 [C]	3 Vel2 [m/s]	4 h2 [kJ/kg]
Run 1	100	31.46	109.9	278.9
Run 2	150	36.32	73.79	282.2
Run 3	200	38.7	55.29	283.4
Run 4	250	40.34	44.08	284
Run 5	300	41.67	36.57	284.3

Figure III.6 : Fenêtre de la table paramétrique. [36]

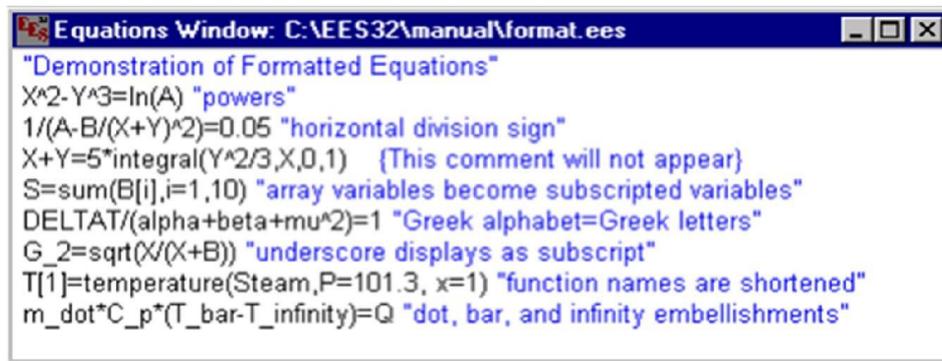
La fenêtre “Parametric Table” contient une table paramétrique. Les valeurs numériques peuvent être saisies dans n’importe quelle cellule. Les valeurs entrées, ex., les valeurs dans la colonne P2 de la table mentionnée ci-dessus, sont supposées être des variables indépendantes et sont affichées. Ces valeurs sont affichées selon le jeu de caractères par défaut (il est possible de le modifier dans la commande préférences du menu Options). Si vous entrez une valeur d’une variable dans la Table Paramétrique cela produira le même effet que si celle-ci avait été assignée dans la fenêtre d’Equations. Les variables dépendantes seront déterminées et seront affichées dans la table en bleu, en gras ou en italique (suivant les paramètres du menu OPTIONS) quand la commande Resolve table (résoudre la table) ou Min/Max Table du menu Calculate a été activée. [36]

### d. Fenêtre d’équation

La saisie des équations se fait dans une fenêtre dédiée d’une façon similaire à la saisie d’un document dans un traitement de texte classique. Les commandes d’édition, Copier, Couper, Coller sont disponibles dans le menu ‘Edit’

### e. Fenêtre de mise en forme d'équations

Cette fenêtre affiche les équations saisies sous la forme mathématique usuelle

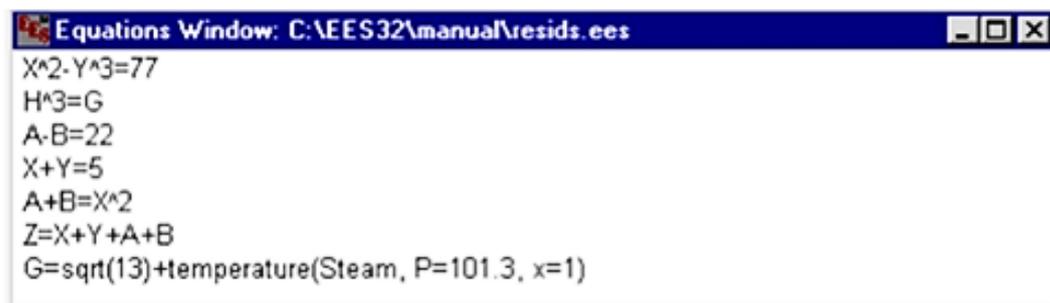


**Figure III.7:** Interface de la fenêtre de mise en forme d'équations. [36]

### f. Fenêtre Résiduelle (Résiduel Windows)

La fenêtre Résiduelle indique le bloc d'équation, l'ordre de calcul utilisé par EES, ainsi que les valeurs relatives et absolues résiduelles. La valeur absolue résiduelle d'une équation est la différence entre les valeurs situées à gauche et à droite d'une équation.

La valeur résiduelle relative est déterminée en faisant la division entre la valeur résiduelle absolue par la valeur de l'expression située à gauche d'une équation.



**Figure III.8:** Fenêtre Résiduelle. [36]

### g. Fenêtre 'Lookup Table'

La table 'Lookup' est en quelque sorte une base de données dans laquelle on peut extraire des informations et les utiliser dans des équations. Une table 'Lookup' est créée par la commande New Lookup Table du menu Tables. Le nombre de lignes et de colonnes est spécifié lors de la création de la table (il est possible de modifier le nombre de lignes à l'aide de la commande Insert/Delete Rows ou le nombre de colonnes à l'aide de la commande Insert/Delete Cols). Une table 'Lookup' peut être sauvegardée (indépendamment du fichier EES) en utilisant la commande SaveLookup. Deux types de fichiers sont utilisables : un fichier d'extension LKT (fichier binaire utilisé pour concevoir la table) et un fichier .TXT (de type ASCII contenant uniquement les données). Ces deux types de fichiers peuvent être ouverts indifféremment dans une session EES. [36]

	1 Temp [C]	2 Time [sec]	3 Pos [m]
Row 1	100.0	0.00	5.50
Row 2	120.0	1.00	5.86
Row 3	140.0	2.00	6.11
Row 4	160.0	3.00	6.36
Row 5	180.0	4.00	6.58

Figure III.9: Fenêtre 'Lookup Table'

### III.3 Simulations

#### III.3.1 Introduction

L'objectif est une étude comparative des performances du cycle de Brayton idéal avec régénération. Les résultats de l'étude sont visualisés numériquement comme suit :

- La variation du travail net  $W_{net}$
- La variation de l'énergie thermique entrante  $Q_{in}$
- La variation de l'énergie thermique sortante  $Q_{out}$
- La variation de la masse du fuel  $m_f$
- La variation de consommation spécifique SFC
- La variation du rendement thermique  $\eta_{th}$

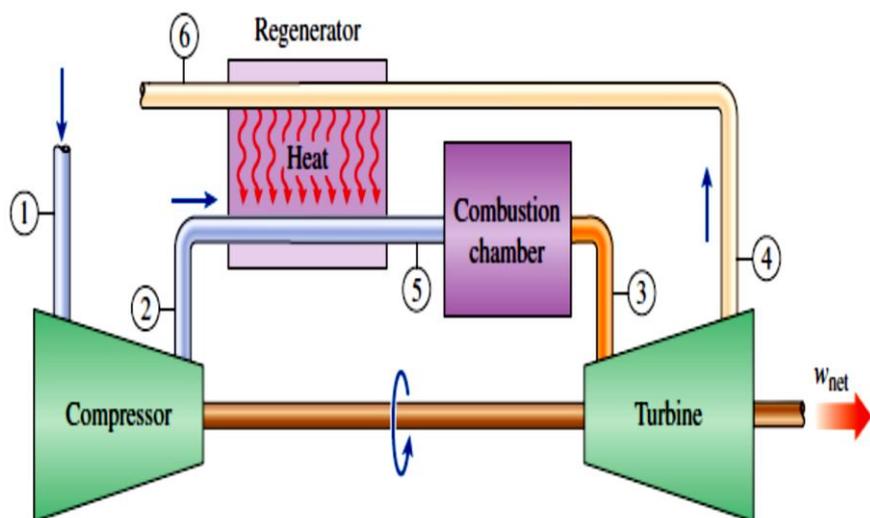


Figure III.10: Schéma de turbine à gaz

### III.3.2 Etude des performances du cycle de Brayton idéal avec régénération avec le logiciel EES

A partir du logiciel EES nous avons réalisé une simulation thermodynamique des performances du cycle de Brayton idéal avec régénération.

"Etude du cycle de Brayton idéal avec régénération en fonction du rapport de pression"

"Données"

$c_{pa}=1,005$  "kJ/kg.k"

$\gamma=1,4$

$c_{pg}=1,15$  "kJ/kg.k"

$\gamma_{g}=1,33$

$r_p=2$

$\text{redReg}=85/100$  "%"

$\text{rendC}=80/100$  "%"

$\text{rendT}=85/100$  "%"

$m_a=125$  "kg/s ... air flow rate"

$\text{LHV}=47622$  "kJ/kg ... calorific value of fuel"

"mf=2,5"

"Etat 01"

$P_1=1,03$ "bar"

$T_1=313$ "K"

"Etat 02"

$P_2=P_1*r_p$

$T_2=T_1*(r_p^{((\gamma-1)/\gamma)})$

$T_{2a}=T_1+(T_2-T_1)/\text{rendC}$

"Etat 03"

$P_3=P_2$

$T_3=1200$ "K"

"Etat 04"

$P_4=P_1$

$T_4=T_3*((1/r_p)^{((\gamma_{g}-1)/\gamma_{g})})$

$T_{4a}=T_3-\text{rendT}*(T_3-T_4)$

"Etat 05"

$P_5=P_2$

$T_5=\text{redreg}*(T_{4a}-T_{2a})+T_{2a}$

"Débit du fuel"

$$mf \cdot LHV = (m_a + m_f) \cdot C_{pg} \cdot (T_3 - T_5)$$

"Débit des gaz"

$$m_g = m_a + m_f$$

"rapport  $m_a/m_f$ "

$$ARF = m_a/m_f$$

"Etat 06"

$$p_6 = p_1$$

$$m_g \cdot C_{pg} \cdot (T_{4a} - T_6) = m_a \cdot C_{pa} \cdot (T_5 - T_{2a})$$

"Performances"

$$q_{in} = (m_g \cdot C_{pg} \cdot (T_3 - T_5)) / 1000 \text{ "MW"}$$

$$W_c = (m_a \cdot c_{pa} \cdot (T_{2a} - T_1)) / 1000 \text{ "MW"}$$

$$W_t = (m_g \cdot c_{pg} \cdot (T_3 - T_{4a})) / 1000 \text{ "MW"}$$

$$W_{net} = W_t - W_c \text{ "MW"}$$

$$rbw = (W_c / W_t) \cdot 100$$

$$q_{reg} = (m_a \cdot C_{pa} \cdot (T_5 - T_{2a})) / 1000 \text{ "MW"}$$

$$rend = (W_{net} / q_{in}) \cdot 100$$

$$SFC = (3600 \cdot m_f) / (W_{net} \cdot 1000) \text{ "kg fuel/kWh"}$$

```

EES Commercial Version: C:\Users\LENOVO\Desktop\Documentation\azizi tag\tag regen réel azizi final officiel EES - [Equations ...]
File Edit Search Options Calculate Tables Plots Windows Help Examples
"Etude du cycle de Brayton idéal avec régénération en fonction du rapport de pression"
"Données"
cpa=1,005 "kJ/kg.k"
gamma=1,4
cpg=1,15 "kJ/kg.k"
gamag=1,33
rp=2
redReg=85/100 "% "
rendC=80/100 "% "
rendT=85/100 "% "
ma=125 "kg/s | air flow rate"
LHV=47622 "kJ/kg | calorific value of fuel"
"mf=2,5"
"Etat 01"
P1=1,03"bar"
T1= 313"K"

"Etat 02"
P2=P1*rp
T2=T1*(rp^(((gamma-1)/gamma)))
T2a=T1*(T2-T1)/rendC

"Etat 03"
P3=P2
T3=1200"K"

"Etat 04"
P4=P1
T4=T3*((1/rp)^((gamag-1)/gamag))
T4a=T3-rendT*(T3-T4)

"Etat 05"
P5=P2
T5=redreg*(T4a-T2a)+T2a

"Débit du fuel"
m*LHV=(ma+mf)*Cpg*(T3-T5)
"Débit des gaz"
mg=ma+mf

"rapport ma/mf"
ARF=ma/mf

"Etat 06"
p6=p1
mg*Cpg*(T4a-T6)+ma*Cpa*(T5-T2a)

"Performances"
qin=(mg*Cpg*(T3-T5))/1000 "MW"
Wc=(ma*cpa*(T2a-T1))/1000 "MW"
Wt=(mg*cpg*(T3-T4a))/1000 "MW"
Wnet=Wt-Wc "MW"
rbw=(Wc/Wt)*100
qreg=(ma*Cpa*(T5-T2a))/1000 "MW"
rend=(Wnet/qin)*100
SFC=(3600*mf)/(Wnet*1000) "kg fuel/kWh"
HR=3600/rend "Heat rate"

```

Figure III.12: Programme du cycle Brayton avec régénération

### III.3.3 Résultats de simulation

Le tableau (III.1) présente les résultats de simulation des performances de cycle de Brayton idéal avec régénération depuis logiciel EES

Unit Settings: [kJ]/[K]/[bar]/[kg]/[degrees]						
ARF = 160	cpa = 1,005	cpg = 1,15	gamag = 1,33	$\gamma = 1,4$	HR = 106,7	LHV = 47622
ma = 125	mf = 0,7812	mg = 125,8	P1 = 1,03	P2 = 2,06	P3 = 2,06	P4 = 1,03
FS = 2,06	p6 = 1,03	qin = 37,2	qreg = 68,36	rbw = 46,18	redReg = 0,85	rend = 33,73
rendC = 0,8	rendT = 0,85	rp = 2	SFC = 0,2241	T1 = 313	T2 = 381,6	T2a = 398,7
T3 = 1200	T4 = 1010	T4a = 1039	T5 = 942,8	T6 = 566,3	Wc = 10,76	Wnet = 12,55
Wt = 23,31						

Calculation time = .0 sec

Figure III.13 : Résultats de simulation sur EES

**Tableau III.2 : Résultats de simulation**

run	T <sub>1</sub> (K)	T <sub>3</sub> (K)	rp	ε (%)	W <sub>net</sub> (MW)	Q <sub>in</sub> (MW)	Q <sub>out</sub> (MW)	mf (Kg/KWh)	SFC (kg/kWh)	η <sub>th</sub> (%)
1	313	1100	4	85	15,54	46,48	34,67	0,976	0,2261	33,43
2	293	1100	8	70	17,39	60,52	11,69	1,271	0,2631	28,74
3	293	1300	4	70	24,41	68,9	44,62	1,447	0,2134	35,42
4	293	1300	12	70	26,5	79,31	10,53	1,665	0,2262	33,42
5	293	1300	8	70	27,51	76,4	76,4	1,604	0,2099	36,01
6	293	1300	8	70	27,51	76,4	76,4	1,604	0,2099	36,01
7	293	1300	8	55	27,57	82,25	18,7	1,727	0,2255	33,53
8	273	1300	8	70	30,08	78,18	26,79	1,642	0,1965	38,48
9	313	1100	12	85	11,67	61,45	-5,106	1,29	0,3979	19
10	293	1300	8	70	27,51	76,4	23,25	1,604	0,2099	36,01
11	293	1500	8	70	37,69	92,36	34,81	1,939	0,1853	40,8
12	273	1100	4	55	18,71	64,99	26,88	1,365	0,2625	28,79
13	273	1500	4	85	33,13	69,01	73,69	1,449	0,1575	48
14	313	1500	4	55	30,31	95,33	43,24	2,002	0,2377	31,8
15	313	1300	8	70	24,94	74,61	19,71	1,567	0,2261	33,43
16	313	1500	12	55	34,92	98,61	13,52	2,071	0,2135	35,42
17	273	1500	12	85	41,32	91,94	30,69	1,931	0,1682	44,95
18	293	1300	8	70	27,51	76,4	23,25	1,604	0,2099	36,01
19	273	1100	12	55	18,21	65,4	3,032	1,373	0,2715	27,84
20	293	1300	8	85	27,45	70,55	28,23	1,482	0,1943	38,91

---

## *Chapitre IV : Modélisation et Optimisation*

---

## IV.1 Introduction

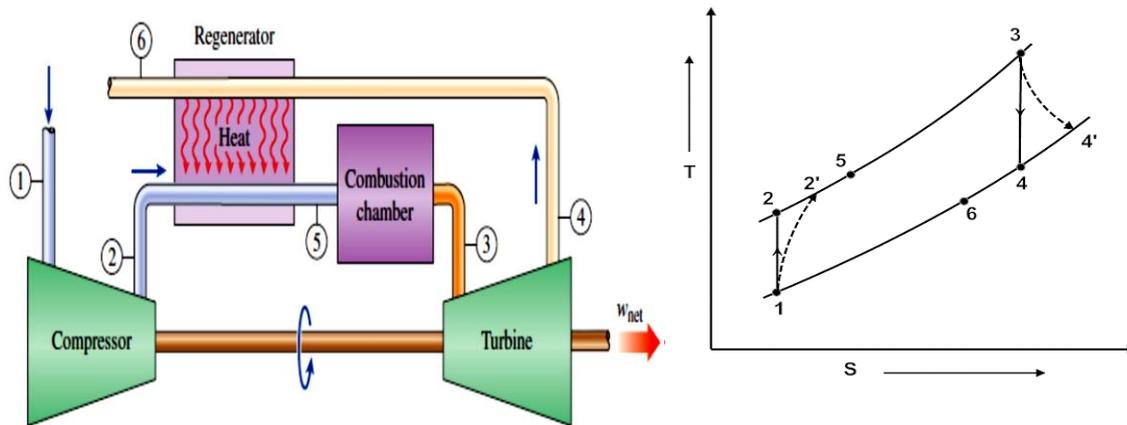
Dans ce chapitre, une analyse thermodynamique des performances d'une turbine à gaz avec régénération a été réalisée. La procédure d'optimisation des paramètres de conception est réalisée par la méthodologie de surface de réponse (RSM). Les simulations thermodynamiques sont réalisées par le code EES pour différents paramètres tels que le rapport de compression ( $4 \leq r_p \leq 12$ ), la température d'entrée ( $273 \leq T_1 \leq 313 \text{ K}$ ), la température d'entrée de la turbine ( $1100 \leq T_3 \leq 1500 \text{ K}$ ), le rendement de régénération ( $55 \leq \varepsilon \leq 85\%$ ). Une analyse de variance (ANOVA) a été réalisée pour identifier les paramètres de conception qui influencent le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC). Ensuite, un modèle de régression de second ordre a été développé pour corrélérer les paramètres de processus avec  $\eta_{th}$  et SFC. Par conséquent, des optimisations numériques et graphiques ont été effectuées pour obtenir une optimisation multi-objectifs pour les critères désirés.

## IV.2. Les données de départ

Les valeurs de tous les paramètres utilisés dans cette étude ont été présentées dans le tableau IV.1.

**Tableau IV.1** Principaux paramètres de la turbine à gaz régénérative.

S/N	Paramètres de fonctionnement	Valeur	Unité
1	Débit massique d'air dans le compresseur ( $m_a$ )	125	kg/s
2	Temperature ambiante ( $T_1$ )	273-313	K
3	Température d'entrée de la turbine ( $T_3$ )	1100-1500	K
4	Rapport de compression ( $r_p$ )	4-12	-
5	Pouvoir calorifique inférieur (LHV) (natural gas, CH <sub>4</sub> )	47622	kJ/kg
6	Efficacité isentropique du compresseur	80	%
7	Efficacité isentropique de la turbine	85	%
8	Efficacité du régénérateur ( $\varepsilon$ )	45-85	%
9	Chaleur spécifique de l'air ( $C_{pa}$ )	1.005	kJ/kg.K
10	Rapport thermique spécifique de l'air ( $\gamma_a$ )	1.4	-
11	Chaleur spécifique du gaz ( $C_{pg}$ )	1.15	kJ/kg.K
12	Rapport thermique spécifique du gaz ( $\gamma_g$ )	1.33	-



**Figure IV.1** Schéma et diagramme TS d'une turbine à gaz avec régénération

### IV.3 Planification la simulation

La planification de l'expérience joue un rôle très important en exécutant les expériences avec la ressource disponible à l'aide du logiciel « **DESIGN-EXPERT 13.0.5.0** ». Nous proposons l'optimisation d'un système de réponses multiples (le rendement et la consommation) en fonction des quatre (04) principales caractéristiques de turbine, Température ( $T_1$ ), Température ( $T_3$ ), rapport de compression ( $r_p$ ) et efficacité du régénérateur ( $\varepsilon$ ). La *Méthodologie des Surfaces de Réponse* (MSR) a été utilisée pour modéliser et analyser les caractéristiques de turbine afin de minimiser la consommation et maximiser le rendement de turbine. Dans la MSR, la forme quantitative du rapport d'entrée entre la réponse observée et les variables indépendantes peut être représentée comme suit :

$$Y = F(T_1, T_3, r_p, \varepsilon) \quad (\text{IV.1})$$

Où  $Y$  est la réponse observée et  $F$  est la fonction de réponse (ou surface de réponse). Dans procédure de l'analyse, on a proposé l'approximation de  $Y$  en utilisant le modèle polynomial de second ordre adapté pour la régression qui s'appelle le modèle quadratique. Le modèle quadratique de  $Y$  peut être écrit comme suit :

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i X_i + \sum_{i=1}^4 a_{ii} X_i^2 + \sum_{i < j}^4 a_{ij} X_i X_j \quad (\text{IV.2})$$

Où  $Y$  est la réponse observée,  $a_0$ ,  $a_i$ ,  $a_{ij}$ ,  $a_{ii}$  représentent respectivement le terme constant, les coefficients des termes linéaires, des termes représentant les interactions entre variables et des termes quadratiques. Les  $X_i$  représentent les variables indépendantes, ou bien paramètres de coupe étudiés.

$$X_1 = \frac{T_1 - T_{10}}{\Delta T_1} \quad (\text{IV.3})$$

$$X_2 = \frac{T_3 - T_{30}}{\Delta T_3} \quad (\text{IV.4})$$

$$X_3 = \frac{r_{p3} - r_{p30}}{\Delta r_{p3}} \quad (\text{IV.5})$$

$$X_4 = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\Delta \varepsilon} \quad (\text{IV.6})$$

Où  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_4$  sont les variables codées des paramètres respectivement de  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $rp$  et  $\varepsilon$ ,  $T_{10}$ ,  $T_{30}$ ,  $rp_{30}$  et  $\varepsilon_0$  sont les valeurs de  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $rp$  et  $\varepsilon$  au niveau zéro (0).  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_3$ ,  $\Delta rp$  et  $\Delta \varepsilon$  sont les intervalles de la variation respectivement de  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $rp$  et  $\varepsilon$ . le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation (SFC) indiquée respectivement comme  $Y_1$  et  $Y_2$  ont été analysées comme réponse.

**Tableau IV.2** : Plan composite centrée avec cinq (05) points centré (21 essais).

Plan Composite à face centré				
N°	Facteurs			
	$T_1$ (K)	$T_3$ (K)	$rp$ (K)	$\varepsilon$ (%)
1	-1	1	-1	1
2	1	0	0	0
3	-1	-1	-1	-1
4	0	-1	0	0
5	0	0	0	0
6	0	0	0	0
7	-1	-1	1	-1
8	1	1	-1	-1
9	0	0	0	0
10	0	0	0	0
11	-1	1	1	1
12	0	0	0	0
13	0	0	0	-1
14	-1	0	0	0
15	1	-1	1	1
16	0	1	0	0
17	0	0	0	1
18	0	0	-1	0
19	1	1	1	-1
20	0	0	1	0
21	1	-1	-1	1

L'utilisation du modèle quadratique de  $F$  dans ce chapitre devait non seulement étudier au-dessus de l'espace entier de facteur, mais localiser également la région d'être observée où la réponse s'approche de la valeur optimale. Les données nécessaires pour établir les modèles de réponse sont généralement rassemblées par la planification expérimentale. Dans ce chapitre, la collection des données expérimentales a adopté le plan composite centré (PCC) avec 21 essais et composé de cinq points (05) centraux (niveau codés égale à 0) qui est le point médian entre les niveaux Max et Min (Tableau IV.1).

**Tableau (IV.3) :** Variables et niveaux du modèle de conception

Symbole	Facteurs	Unité	Niveau		
			-1	0	1
$T_1$	Température ambiante	K	273	293	313
$T_3$	Température d'entrée de la turbine	K	1100	1300	1500
$r_p$	Rapport de compression	-	4	8	12
$\varepsilon$	Efficacité du régénérateur	%	55	70	85

**Tableau (IV.4) :** Résultats de simulation pour le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC)

n°	Factures				Rendement (%)	SFC (kg/kWh)
	$T_1$ (k)	$T_3$ (k)	$r_p$	$\varepsilon$ (%)	$\eta$ (%)	SFC (kg/kWh)
1	313	1100	4	85	33,43	0,2261
2	293	1100	8	70	28,74	0,2631
3	293	1300	4	70	35,42	0,2134
4	293	1300	12	70	33,42	0,2262
5	293	1300	8	70	36,01	0,2099
6	293	1300	8	70	36,01	0,2099
7	293	1300	8	55	33,53	0,2255
8	273	1300	8	70	38,48	0,1965
9	313	1100	12	85	19	0,3979
10	293	1300	8	70	36,01	0,2099
11	293	1300	8	70	36,01	0,2099
12	293	1500	8	70	40,8	0,1853
13	273	1100	4	55	28,79	0,2625
14	273	1500	4	85	48	0,1575
15	313	1500	4	55	31,8	0,2377
16	313	1300	8	70	33,43	0,2261
17	313	1500	12	55	35,42	0,2135
18	273	1500	12	85	44,95	0,1682
19	293	1300	8	70	36,01	0,2099
20	273	1100	12	55	27,84	0,2715
21	293	1300	8	85	38,91	0,1943

Le tableau IV.3 montre les niveaux des quatre caractéristiques de la turbine. Pour déterminer les facteurs qui ont un effet statistiquement significatif sur les performances de la turbine étudiés en utilisant le l'analyse de la variance (ANOVA). Cette analyse a été exécutée pour un intervalle de confiance (IC) égale à 95%. Les caractéristiques de turbine ( $T_1$ ,  $T_3$ ,  $r_p$  et  $\epsilon$ ) et les performances rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC) dans le tableau IV.4.

Les valeurs obtenues du rendement et de la consommation ont été utilisées pour déterminer les facteurs et les interactions significatifs. Les modèles empiriques sont développés afin de déterminer la corrélation entre les caractéristiques et les performances de la turbine, le rendement et de la puissance. En plus, les surfaces de réponse des facteurs significatifs correspondant à chaque analyse (ANOVA) ont été présenté. Ces surfaces de réponse fournissent une analyse des facteurs les plus significatifs liés aux rendements et la consommation spécifique de carburant (SFC) sous les conditions étudiées.

## IV.4 Interprétation des résultats

### IV.4.1 Sensibilité du rendement en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $r_p$ et $\epsilon$

Le tableau IV.5 indique la valeur du rendement thermique maximale ( $\eta_{th}$ ) obtenue avec la combinaison de température ambiante ( $T_1$ ), 273K, température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ), 1500K, rapport de compression ( $r_p$ ), 12 et efficacité du régénérateur ( $\epsilon$ ), 85 %. Ce rendement thermique maximale est dû à l'interaction du rapport de compression ( $r_p$ ) et de l'efficacité du régénérateur ( $\epsilon$ ) sur l'efficacité thermique de la centrale à cycle de turbine à gaz caractérisée par les effets de la température d'entrée de la turbine et de la température ambiante. Le rendement thermique augmente avec la diminution de la température ambiante en termes de conditions d'essai. Pour procéder à l'analyse de la variance (ANOVA), la méthode des moindres carrés est utilisée à l'aide du logiciel Design Expert. Les résultats de cette expérience sous forme d'ANOVA sont présentés. C'est un test qui compare une variance de terme avec une variance résiduelle. Les termes individuels dans le modèle ont un effet important sur la réponse. Dans le tableau 4, une « valeur F du modèle » de 266,74 avec une « valeur P du modèle » de 0,0001 signifie que le modèle sélectionné est important et qu'il n'y a que 0,01 % de chance que la « valeur F du modèle » se produise en raison du bruit.

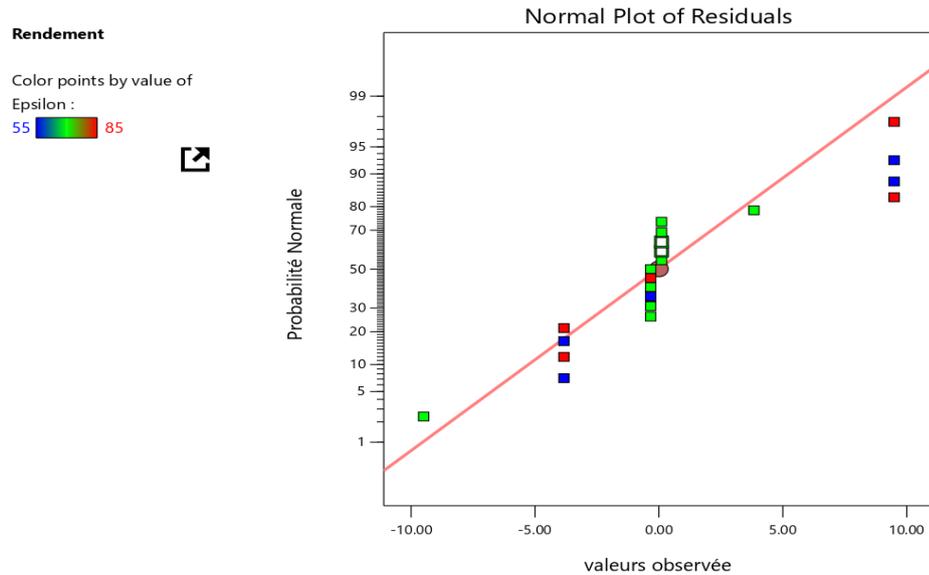
Les résultats de la « valeur F » indiquent clairement que l'interaction à deux niveaux du rapport de compression et de la température d'entrée de la turbine ( $r_p \times \epsilon$ ) est le facteur le plus important par rapport aux trois autres facteurs, et que l'interaction à deux niveaux de la

température d'entrée la turbine et rapport de compression ( $T_3 \times r_p$ ) a été considéré comme le deuxième facteur le plus important suivi du le rapport de compression ( $r_p$ ). D'après les résultats de l'ANOVA, il est clair que la température ambiante ( $T_1$ ) sur l'efficacité thermique n'est pas statistiquement significative et que la variation de l'efficacité thermique avec la température ambiante ( $T_1$ ) est minimale ; cependant, l'effet de l'interaction à deux niveaux du rapport de compression et l'efficacité du régénération ( $r_p \times \varepsilon$ ) sur l'efficacité thermique est d'importance statistique. La contribution en pourcentage permet de mieux comprendre l'interprétation des résultats, ce qui montre que la contribution due au l'interaction entre le rapport de compression et l'efficacité du régénération ( $r_p \times \varepsilon$ ) est de 6,8682%, tandis que l'interaction ( $T_3 \times r_p$ ) ne contribue que 4,3036% et l'effet du rapport de compression ( $r_p$ ) avec une contribution de 0,7984%.

**Tableau IV.5** Analyse de la variance ANOVA pour le rendement thermique ( $\eta_{th}$ )

Source	SCE	ddl	CM	F-valeur	Prob.	Cont. %	Remarque
<b>Model</b>	737,73	14	52,69	266,74	< 0.0001	-	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>1</sub></b>	0,0001	1	0,0001	0,0003	0,9870	1,35E-05	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>3</sub></b>	0,5986	1	0,5986	3,03	0,1324	0,0810	<b>Non significatif</b>
<b>r<sub>p</sub></b>	5,90	1	5,90	29,85	0,0016	0,7984	<b>Significatif</b>
<b>ε</b>	0,0267	1	0,0267	0,1349	0,7260	3,613E-03	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>1</sub> × T<sub>3</sub></b>	2,5E-06	1	2,500E-06	0,0000	0,9973	3,383E-07	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>1</sub> × r<sub>p</sub></b>	5,80	1	5,80	29,34	0,0016	0,7849	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>1</sub> × ε</b>	0,2059	1	0,2059	1,04	0,3467	0,0278	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>3</sub> × r<sub>p</sub></b>	31,80	1	31,80	160,98	< 0.0001	4,3036	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>3</sub> × ε</b>	2,37	1	2,37	11,98	0,0134	0,3207	<b>Significatif</b>
<b>r<sub>p</sub> × ε</b>	50,75	1	50,75	256,91	< 0.0001	6,8682	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>1</sub><sup>2</sup></b>	0,0030	1	0,0030	0,0152	0,9058	4,060E-04	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>3</sub><sup>2</sup></b>	3,38	1	3,38	17,11	0,0061	0,4574	<b>Significatif</b>
<b>r<sub>p</sub><sup>2</sup></b>	5,75	1	5,75	29,10	0,0017	0,7781	<b>Significatif</b>
<b>ε<sup>2</sup></b>	0,2287	1	0,2287	1,16	0,3233	0,0309	<b>Non significatif</b>
<b>Erreur</b>	0,0000	4	0,0000	-	-	-	-
<b>Total</b>	738,91	20	-	-	-	-	-

Le graphique de probabilité normale des résidus du rendement illustré dans la figure (IV.2), et indiqué que les résidus (erreur) se trouvent très proche par rapport la ligne droite de la normalité, prouve que les limites mentionnées dans le modèle du premier degré sont les seuls facteurs significatifs [11]. La normalité semble acceptable en plus les coefficients de corrélation très élevés.



**Figure IV.2 :** Probabilités normales des résidus du le rendement thermique ( $\eta_{th}$ )

#### VI.4.2 Analyse de régression pour le rendement ( $\eta$ ) en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $r_p$ et $\varepsilon$

Un modèle de régression de deuxième ordre a été développé pour l'efficacité thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC) à l'aide du logiciel Design Expert. Les termes insignifiants ont été exclus, sauf les effets principaux. Ainsi, des modèles de prédiction  $\eta_{th}$  et SFC réduits et améliorés ont été générés. La variable de réponse est le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC), alors que les prédicteurs sont la température ambiante ( $T_1$ ), la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ), le rapport de compression ( $r_p$ ) et l'efficacité du régénération ( $\varepsilon$ ). En conséquence, les équations des modèles ajustés en termes de facteurs réels pour l'efficacité thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC) sont données ci-dessous.

Le modèle du rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) est donné ci-dessous dans l'équation (IV.7). Son coefficient de détermination ( $\varepsilon^2$ ) est de 99,84 %

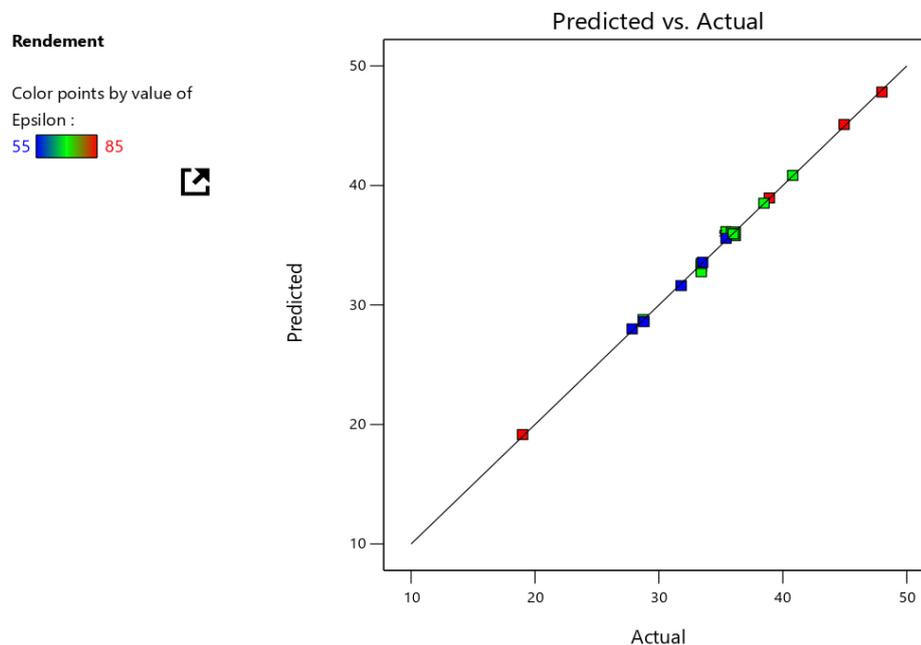
$$\begin{aligned} \eta_{th} = & 26,449 - 0,0073T_1 + 0,057T_3 + 3,89 r_p + 0,15\varepsilon - 3,12E-07T_1 * T_3 - 0,010641T_1 * r_p - 0,001196T_1 * \varepsilon \\ & + 0,002492T_3 * r_p + 0,000405 T_1 * \varepsilon - 0,041979 r_p * \varepsilon + 0,000086T_1^2 - 0,000029T_3^2 - 0,093rp^2 + 0,0013\varepsilon^2 \end{aligned} \quad (IV.7)$$

Le modèle de consommation spécifique de carburant (SFC) est présenté ci-dessous dans l'équation (IV.8). Son coefficient de détermination ( $R^2$ ) est de 99,27 %.

Finalement, après décodage, l'équation du modèle de prédiction du rendement ( $\eta$ ) en fonction des **facteurs réels** et leurs interactions qui ont un effet significatif, est la suivante :

$$\text{SFC} = 1,279 - 0,0039T_1 + 0,0001T_3 - 0,055r_p - 0,0087\varepsilon - 2,79E-06T_1 * T_3 + 0,0001T_1 * r_p + 2,91E-05T_1 * \varepsilon - 3,035E-05T_3 * r_p - 4,045E-06T_3 * \varepsilon + 0,0004r_p * \varepsilon + 7,95E-06T_1^2 + 4,02E-07T_3^2 + 0,0007r_p^2 + 7,92E-06\varepsilon^2 \quad (\text{IV.8})$$

La valeur du coefficient de détermination  $R^2$  pour le modèle du rendement ( $\eta$ ) égale à 0.99. Cela signifie que 98% des variations du niveau du rendement ( $\eta$ ) sont expliquées par ce modèle et que 1% restent par conséquent inexpliquées. La valeur du coefficient de détermination ajusté de ce modèle du rendement ( $\eta$ ) est  $R^2_{\text{ajusté}}=95,5\%$ . Il représente une correction du  $R^2$  qui permet de prendre en compte le nombre de variables utilisées dans le modèle. Ces deux coefficients montrent une bonne corrélation entre ce modèle et les données de simulation. La figure IV.3 montre une comparaison entre les valeurs estimées du rendement thermique ( $\eta_{\text{th}}$ ) par les équations du modèle développé et les valeurs observées.



**Figure IV.3 :** Corrélation des valeurs mesurés et estimés du le rendement thermique ( $\eta_{\text{th}}$ )

### VI.4.3 Évolution de la consommation spécifique (SFC) en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $r_p$ et $\varepsilon$

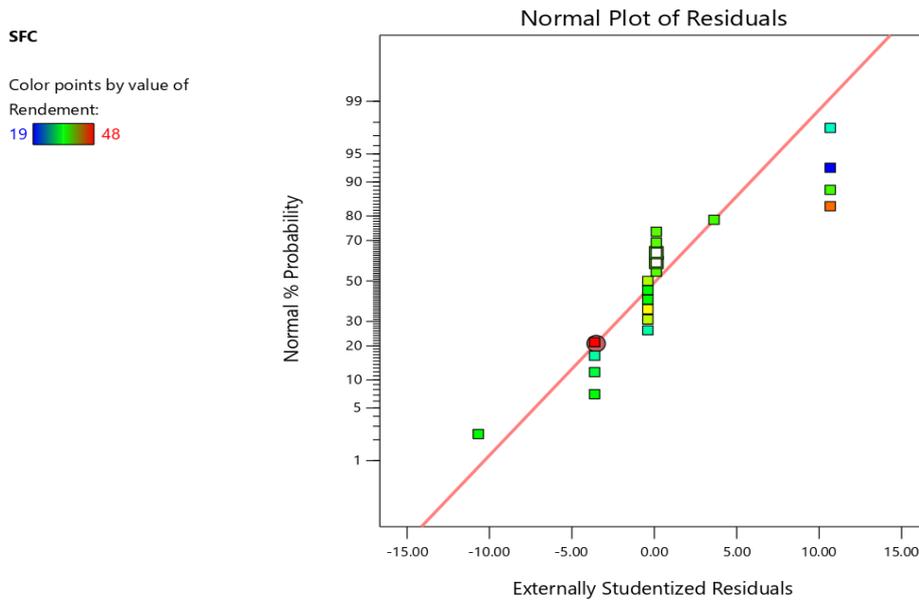
Le tableau IV.6 présente une analyse de la variance ANOVA afin de connaître les facteurs et les interactions qui ont un effet significatif. L'analyse des résultats montre que le rapport de compression ( $r_p$ ) et l'interaction à deux niveaux de la température ambiante et le rapport de compression ( $T_1 \times r_p$ ), l'interaction à deux niveaux de la température d'entrée de la turbine et le rapport de compression ( $T_3 \times r_p$ ), ont tous un effet significatif sur la consommation. Le pourcentage de la contribution donne une meilleure compréhension pour l'interprétation des résultats, qui prouve que l'interaction à deux niveaux du rapport de compression et l'efficacité

de régénération ( $rp \times \varepsilon$ ) est le facteur le plus influant avec une contribution de 10,29% suivi par l'interaction à deux niveaux de la Température d'entrée de la turbine et le rapport de compression ( $T_3 \times rp$ ) avec une contribution de 9.87%.

**Tableau IV.6 :** Analyse de la variance ANOVA pour la consommation spécifique (SFC)

Source	Somme des carrés	df	Carré moyen	F-Valeur	p-Valeur	Conta. (%)	Remarques
<b>Model</b>	0,0472	14	0,0034	58,31	< 0.0001	-	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>1</sub></b>	0,0000	1	0,0000	0,2833	0,6137	0	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>3</sub></b>	2,006E-06	1	2,006E-06	0,0347	0,8584	0,0042	<b>Non significatif</b>
<b>r<sub>p</sub></b>	0,0012	1	0,0012	20,37	0,0040	2,5210	<b>Significatif</b>
<b>ε</b>	0,0001	1	0,0001	1,51	0,2651	0,2100	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>1</sub>×T<sub>3</sub></b>	0,0002	1	0,0002	3,44	0,1129	0,4201	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>1</sub>×r<sub>p</sub></b>	0,0020	1	0,0020	35,33	0,0010	4,2016	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>1</sub>×ε</b>	0,0001	1	0,0001	2,11	0,1965	0,2100	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>3</sub>×r<sub>p</sub></b>	0,0047	1	0,0047	81,53	0,0001	9,8739	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>3</sub>×ε</b>	0,0002	1	0,0002	4,07	0,0902	0,4201	<b>Non significatif</b>
<b>r<sub>p</sub>×ε</b>	0,0049	1	0,0049	84,41	< 0.0001	10,2941	<b>Significatif</b>
<b>T<sub>1</sub><sup>2</sup></b>	0,0000	1	0,0000	0,4469	0,5287	0	<b>Non significatif</b>
<b>T<sub>3</sub><sup>2</sup></b>	0,0007	1	0,0007	11,41	0,0149	1,4705	<b>Significatif</b>
<b>r<sub>p</sub><sup>2</sup></b>	0,0003	1	0,0003	6,02	0,0496	0,6302	<b>Significatif</b>
<b>ε<sup>2</sup></b>	8,117E-06	1	8,117E-06	0,1402	0,7209	0,0170	<b>Non significatif</b>
<b>Erreur</b>	0,0000	4	0,0000	-	-	-	-
<b>Total</b>	0,0476	20	-	-	-	-	-

Le graphique de probabilité normale des résidus de la consommation spécifique (SFC) illustré dans la figure (IV.4), et indiqué que les résidus se trouvent très proche par rapport la ligne droite de la normalité, prouve que les limites mentionnées dans le modèle du premier degré sont les seuls facteurs significatifs. La normalité semble acceptable en plus les coefficients de corrélation très élevés.



**Figure IV.4 :** Probabilités normales des résidus de la consommation spécifique

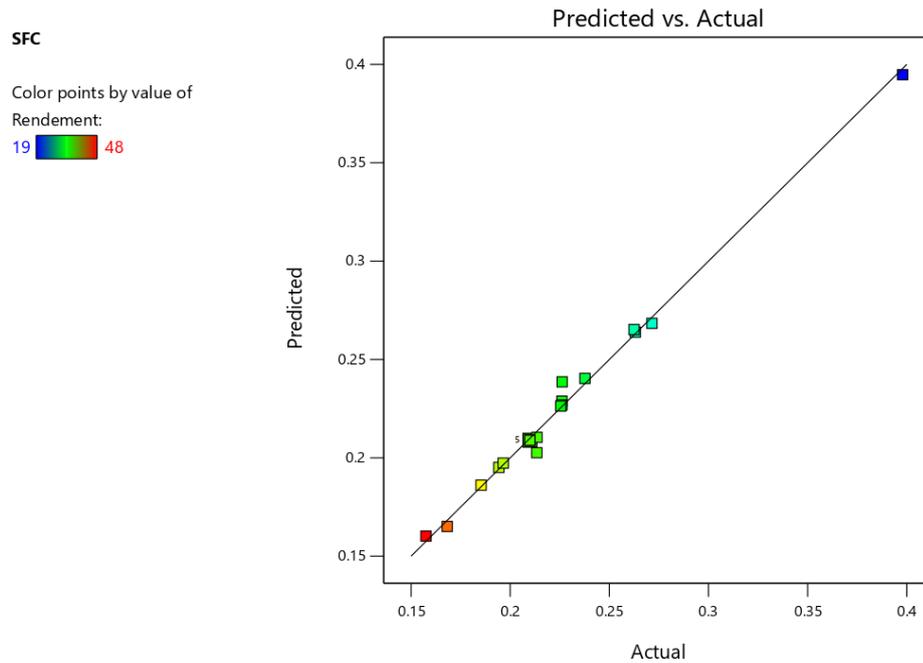
#### VI.4.4 Analyse de régression pour la consommation spécifique (SFC) en fonction de $T_1$ , $T_3$ , $rp$ et $\varepsilon$

L'analyse de régressions multiples de consommation spécifique (SFC) en fonction des ( $T_1$ ,  $T_3$ ,  $rp$  et  $\varepsilon$ ) et leurs interactions qui ont un effet significatif donne l'équation du modèle (IV.9) en termes de **facteurs codés** avec un coefficient de détermination ( $R^2 = 99\%$ ).

Pour déterminer les modèles de prédiction, un décodage est nécessaire. Ce décodage consiste à transformer les variables codées  $X_i$  en variables naturelles et il se fait par l'intermédiaire des équations (IV.3), (IV.4), (IV.5) et (IV.6).

Finalement, après décodage, l'équation du modèle de prédiction de la consommation spécifique (SFC) en fonction des **facteurs réels** et leurs interactions qui ont un effet significatif, est la suivante :

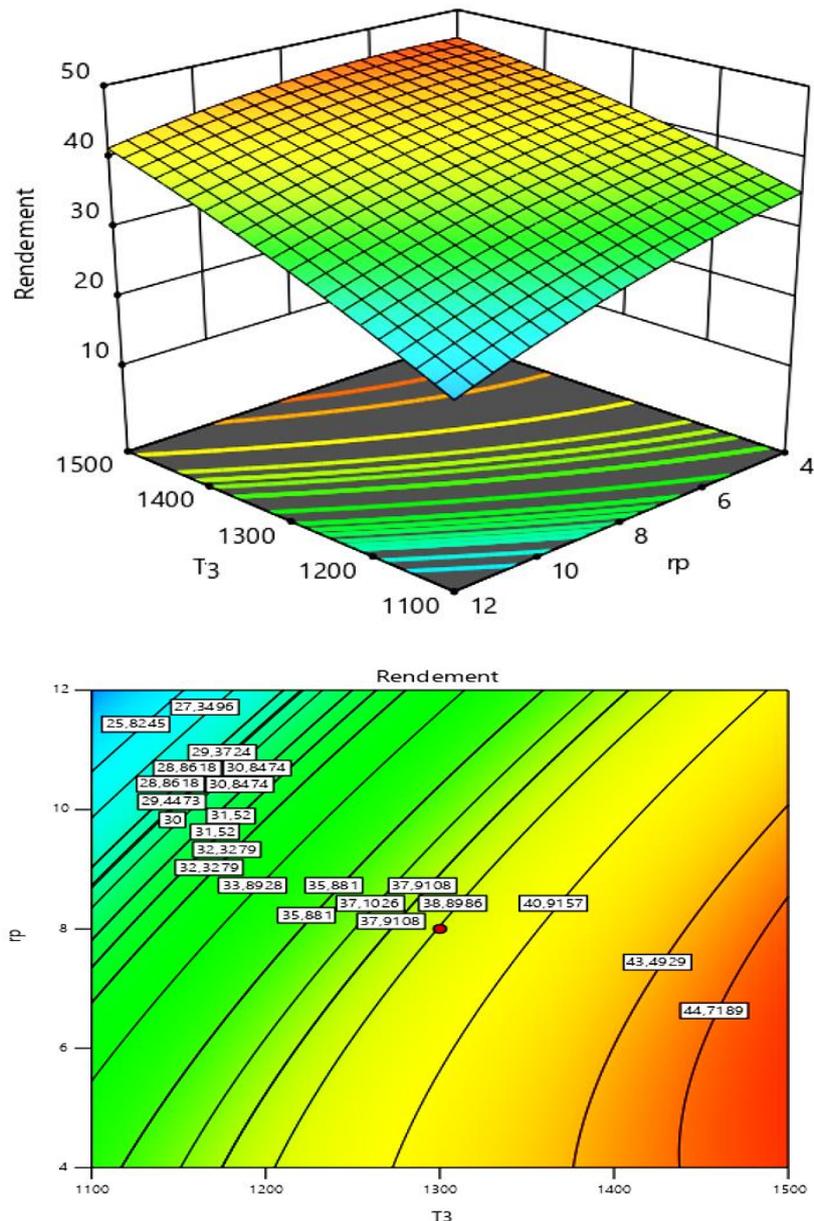
La valeur du coefficient de détermination  $R^2$  pour le modèle de la rendement égale à 0.99. Cela signifie que 99% des variations du niveau de la consommation spécifique (SFC) sont expliquées par ce modèle et que 1% restent par conséquent inexpliquées (incertain). La valeur du coefficient de détermination ajusté de ce modèle de la consommation spécifique (SFC) est  $R^2 \text{ ajusté} = 97,57\%$ . Il représente une correction du  $R^2$  qui permet de prendre en compte le nombre de variables utilisées dans le modèle. Ces deux coefficients montrent une bonne corrélation entre ce modèle et les données de simulation. La figure IV.5 montre une comparaison entre les valeurs estimée du rendement par les équations du modèle développé et les valeurs observées.



**Figure IV.5 :** Corrélation des valeurs mesurés et estimés de la consommation spécifique

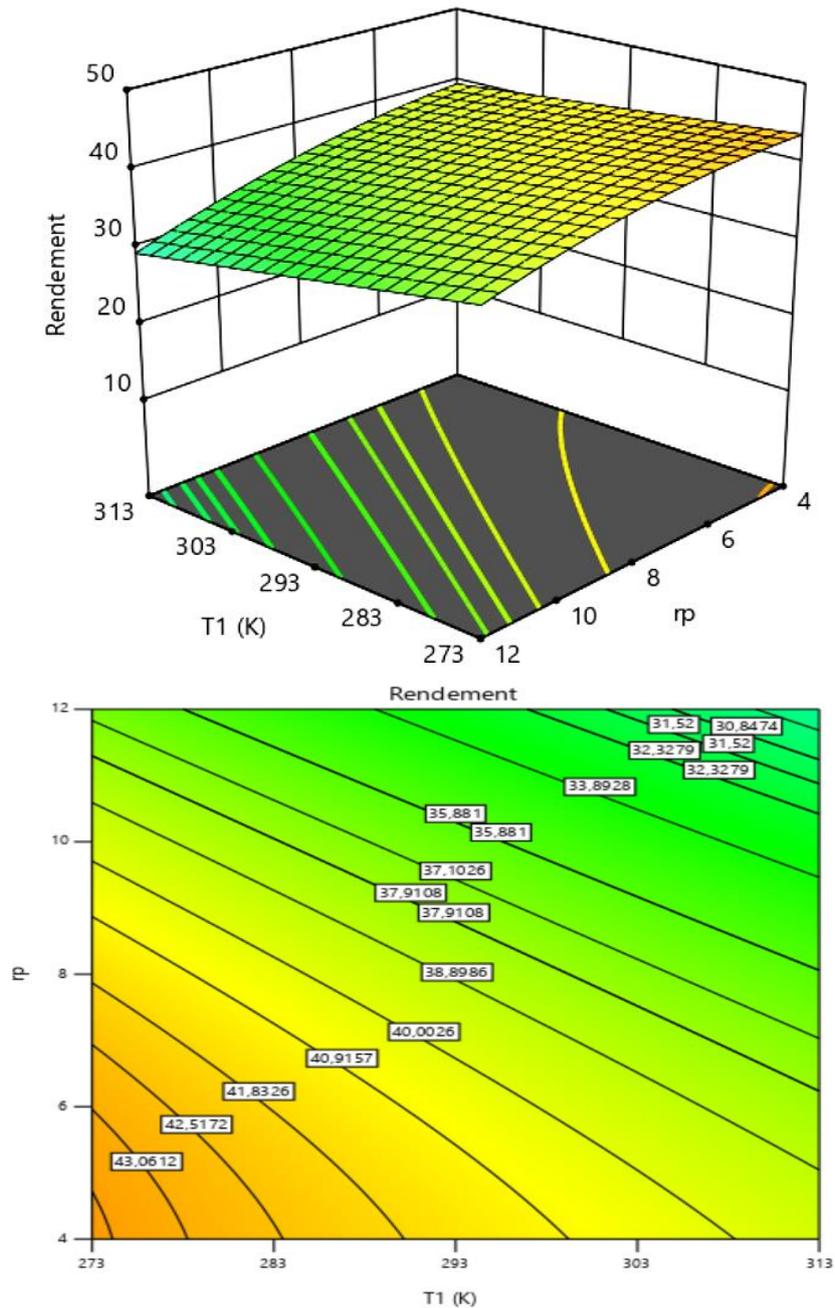
#### IV.4.5 3D Surfaces de réponses

Le MSR permet de visualiser un tracé tridimensionnel (3D), illustrant la réponse du processus en fonction de deux paramètres mais en gardant les autres paramètres constants. Les graphiques de surface 3D de différentes interactions telles que  $T_1$  et  $T_3$ ,  $r_p$  et  $\varepsilon$ , sont présentés à la figure (IV.6 et IV.7) pour le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et à les figure (IV.8 et IV.9) pour la consommation spécifique de carburant (SFC). La figure IV.6 montre la variation du rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) avec la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ). On remarque que la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ) à un impact plus significatif sur rendement thermique ( $\eta_{th}$ ).



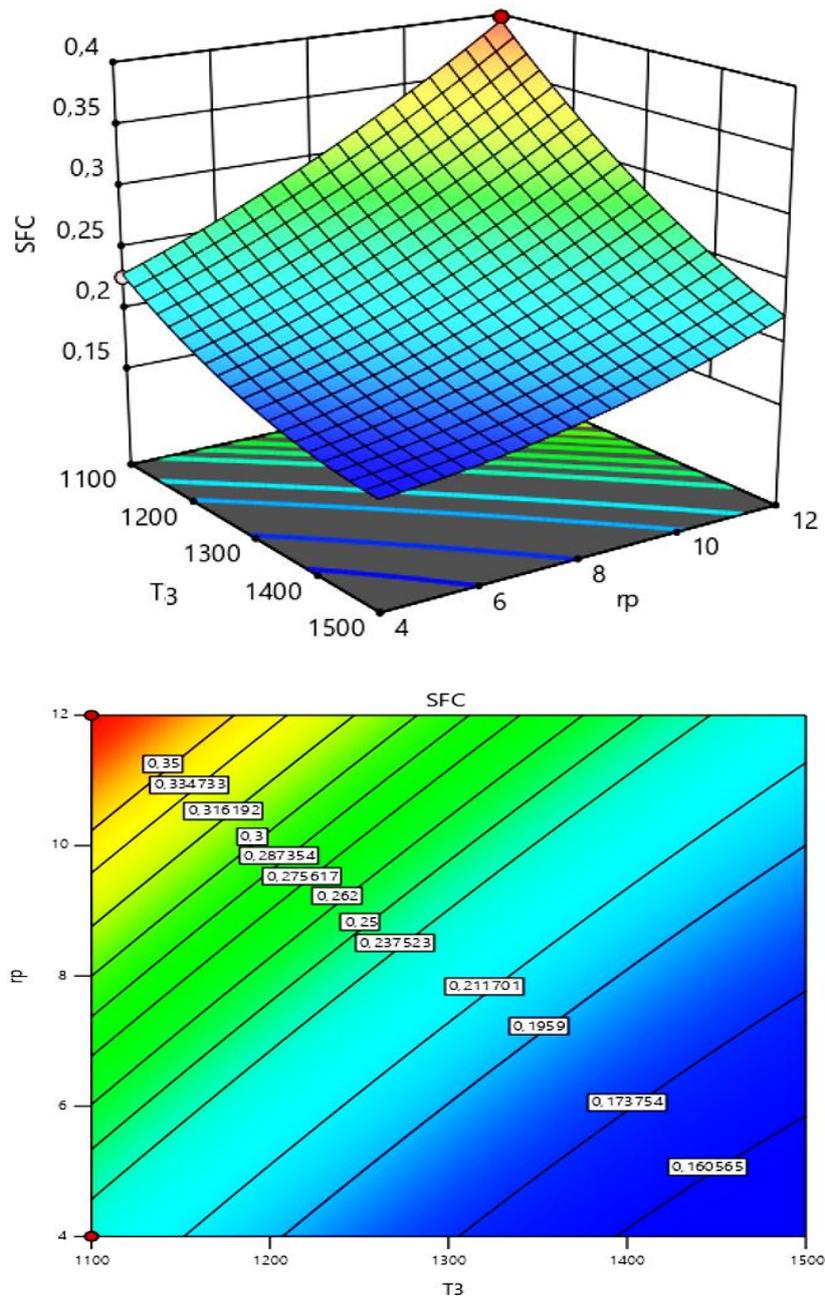
**Figure IV.6** Effet de la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ) sur le rendement thermique ( $\eta_{th}$ )

La figure IV.7 montre la variation du le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) avec la température ambiante ( $T_1$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ). On remarque que le rapport de compression ( $r_p$ ) à un impact plus significatif sur le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ). Le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) ne change pas beaucoup avec le rapport de compression ( $r_p$ ) pour la gamme très faible de la température ambiante ( $T_1$ ) mais tend à augmenter presque avec l'augmentation la température ambiante ( $T_1$ ), à des petites valeurs du rapport de compression ( $r_p$ ). Cette figure clairement indiqué qu'un meilleur rendement peut être réalisé pour la plus petite valeur de la température ambiante ( $T_1$ ) à très petite valeurs du rapport de compression ( $r_p$ ).



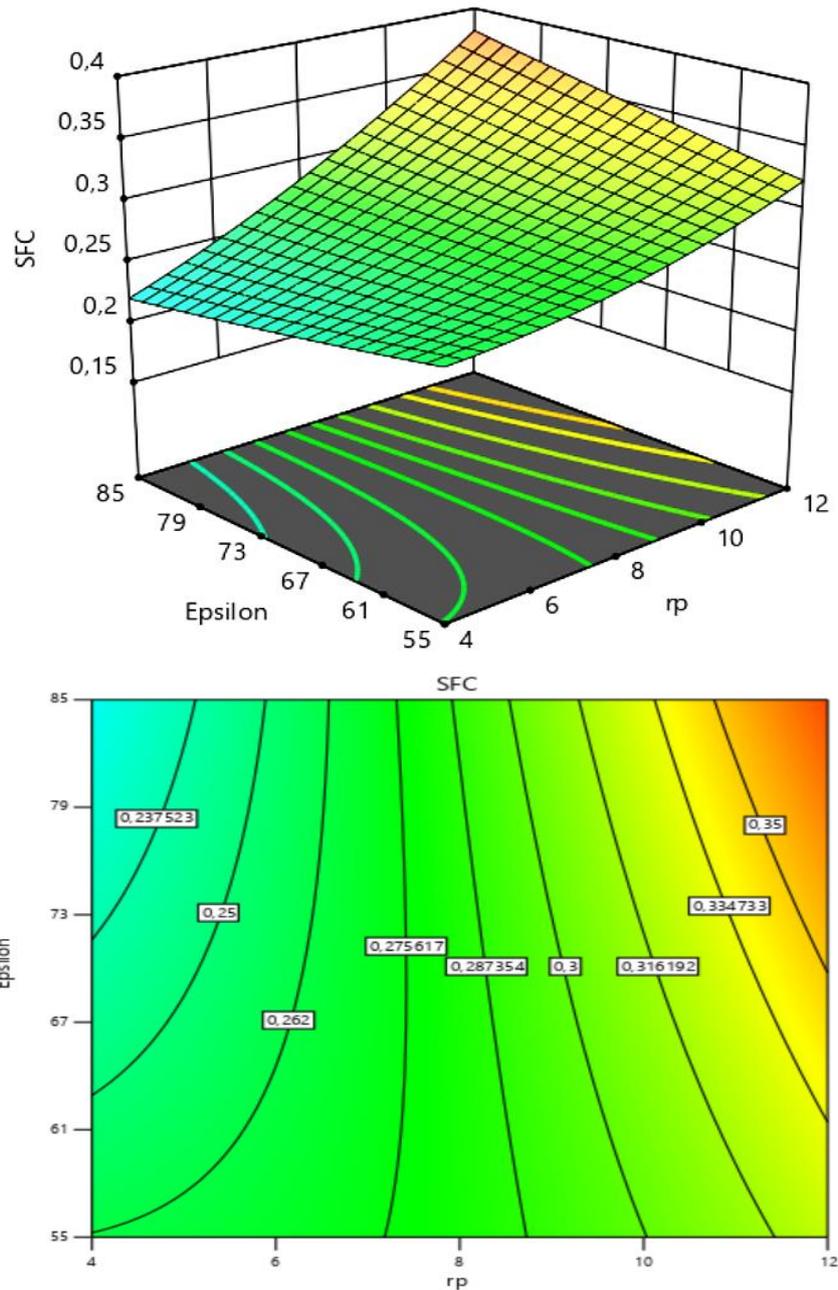
**Figure IV.7:** Effet de la température ambiante ( $T_1$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ) sur le rendement thermique ( $\eta_{th}$ )

La variation de la consommation spécifique de carburant (SFC) avec la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ) est montrée dans la figure IV.8. Dans cette figure, on le confirme que le rapport de compression ( $r_p$ ) un effet significatif très important sur la consommation spécifique de carburant (SFC). Cette dernière affichée les valeurs des augmentations de la consommation spécifique de carburant (SFC) avec l'augmentation le rapport de compression ( $r_p$ ). Cette figure clairement indiquée due la minimum consommation spécifique de carburant (SFC) peut être réalisé pour la plus petite valeur du rapport de compression ( $r_p$ ) à très grande valeurs la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ).



**Figure IV.8 :** Effet de la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ) sur la consommation spécifique de carburant (SFC)

La figure IV.9 présente la variation de la consommation spécifique de carburant (SFC) avec l'efficacité du régénérateur ( $\epsilon$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ). Pour des valeurs très élevées de l'efficacité du régénérateur ( $\epsilon$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ) la consommation spécifique de carburant (SFC) est considérablement élevée. En plus, on observe que le rapport de compression ( $r_p$ ) est le facteur le plus significatif sur la consommation spécifique de carburant (SFC). Les valeurs de la consommation spécifique de carburant (SFC) est presque constante au minimum valeur rapport de compression ( $r_p$ ) pour n'importe quel niveau de l'efficacité du régénérateur ( $\epsilon$ ).



**Figure IV.9 :** Effet de l'efficacité du régénérateur ( $\epsilon$ ) et le rapport de compression ( $r_p$ ) sur la consommation spécifique de carburant (SFC)

#### IV.5 Optimisation les caractéristiques de la turbine

La dernière technique d'optimisation simultanée de plusieurs réponses d'un système est la fonction de désirabilité. Cette fonction permet d'imposer des critères supplémentaires tels que les limites inacceptables et la sévérité avec laquelle la réponse doit rester près de la zone désirée. En partant de plusieurs équations exprimant des réponses différentes et ayant des facteurs communs, il s'agit de synthétiser ces fonctions en une seule, nommée la réponse composite ou désirabilité. Par la suite, il suffit de l'optimiser par les techniques habituelles de surface de réponse. Une telle méthode devient pratiquement nécessaire lorsque l'analyse comporte plus de

trois facteurs [11]. Notre objectif est de trouver les valeurs optimales des caractéristiques de la turbine ( $T_1$ ,  $T_3$ ,  $rp$  et  $\varepsilon$ ) pour produire le plus grand rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) avec minimum consommation spécifique de carburant (SFC) afin d'améliorer les performances de la pompe centrifuge. Compte tenu de la planification du plan d'expérience, nous déterminerons des équations de prédiction à partir des équations générées, qui permettent de prédire les résultats pour un ensemble de réglages choisis. De même, il est possible de trouver les réglages correspondants aux réponses optimales. Dans notre travail, ceci revient à l'optimisation simultanée des réponses ( $\eta_{th}$  et SFC) illustré par le système suivant :

$$DF = \left( \prod_{i=1}^n d_i^{w_i} \right)^{\frac{1}{\sum_{j=1}^n w_j}} \quad (\text{IV.11})$$

$$F(x) = -DF$$

Dans l'équation (VI.11)  $w_i$ ,  $d_i$  et  $i$  sont des variables ciblées par l'utilisateur en fonction de leur expérience permettant à celui-ci d'indiquer les limites de la fonction de désirabilité autour de la valeur cible ( $T_i$ ) pour une réponse  $i$ .

- Pour atteindre une valeur spécifique de  $T_i$ , la fonction élémentaire de désirabilité  $d_i$  calculé par les équations suivantes :

$$d_i = 0 \quad \text{Si} \quad Y_i \leq \text{Min}_i$$

$$d_i = \left[ \frac{Y_i - \text{Min}_i}{T_i - \text{Min}_i} \right] \quad \text{Si} \quad \text{Min}_i \leq Y_i \leq T_i \quad (\text{IV.12})$$

$$d_i = \left[ \frac{Y_i - \text{Max}_i}{T_i - \text{Max}_i} \right] \quad \text{Si} \quad T_i \leq Y_i \leq \text{Max}_i$$

$$d_i = 0 \quad \text{Si} \quad Y_i \geq \text{Max}_i$$

Les quantités  $\text{Min}_i$  et  $\text{Max}_i$  représentent les limites de désirabilité pour la réponse  $i$ . L'approche de la fonction de désirabilité repose en effet sur l'utilisation de la méthodologie de la surface de réponse pour la modélisation polynomiale de chaque réponse  $Y_i(x)$ , par une substitution des polynômes dans les équations (IV.12) et (IV.13), afin de faire encore une substitution par les désirabilités individuelles dans l'équation (IV.11). Finalement, il reste une seule fonction objective pour chercher la solution  $x$ , tout en maximisant la désirabilité totale  $F(x)$ .

- Pour une maximisation, la fonction élémentaire de désirabilité pour la réponse  $Y_i$  calculé par les équations suivantes :

$$d_i = 0 \quad \text{Si} \quad Y_i \leq \text{Min}_i$$

$$d_i = \left[ \frac{Y_i - \text{Min}_i}{\text{Max}_i - \text{Min}_i} \right] \quad \text{Si} \quad \text{Min}_i \leq Y_i \leq \text{Max}_i \quad (\text{IV.13})$$

$$d_i = 1 \quad \text{Si} \quad Y_i \geq \text{Max}_i$$

- Pour une minimisation, la fonction élémentaire de désirabilité pour la réponse  $Y_i$  calculé par les équations suivantes :

$$di = 1 \quad \text{Si } Y_i \leq \text{Min}_i$$

$$di = \left[ \frac{\text{Max}_i - Y_i}{\text{Max}_i - \text{Min}_i} \right] \quad \text{Si } \text{Min}_i \leq Y_i \leq \text{Max}_i \quad (\text{IV.14})$$

$$di = 0 \quad \text{Si } Y_i \geq \text{Max}_i$$

$$D = \frac{\sum_{i=1}^p w_i \cdot |d_i(Y_i) - d_i(T_i)|}{p} \quad (\text{IV.15})$$

Avec :

- $d_i(Y_i)$  est la désirabilité individuelle pour la réponse  $Y_i$
- $d_i(T_i)$  est la désirabilité individuelle ciblée  $T_i$  pour chaque réponse

Pour refléter la différence possible dans l'importance des différentes réponses, la dernière innovation consiste à peser les réponses, et donc donner les degrés d'importance correspondants à chaque réponse selon l'importance d'une réponse par rapport aux autres. Ainsi, dans notre étude la fonction de désirabilité globale sera évaluée par l'entremise de l'équation (IV.15), où le degré d'importance  $W_i$  sont tels que :

$$\sum_{i=1}^p w_i = 1 \quad (\text{IV.16})$$

Où :

$W_i$  est le degré d'importance pour chaque réponse individuelle.

Voici une synthèse de cette technique d'optimisation simultanée de plusieurs réponses employée dans ce chapitre :

- À partir des estimations,  $Y_i$ , déterminer les fonctions élémentaires de désirabilité,  $d_i$ , en chaque point du plan d'expérimentation pour chaque réponse, selon qu'il s'agira d'un problème de maximisation ou d'une minimisation à l'aide des équations (IV.13) ou (IV.14).
- Évaluer la fonction de désirabilité globale en chaque point du plan de simulation, pour chaque réponse à l'aide de l'équation (IV.15).

Les contraintes utilisées pendant le processus d'optimisation sont illustrées dans le tableau IV.7. Les solutions optimales sont rapportées dans le tableau (IV.8) par ordre de niveau décroissant de désirabilité. La valeur de désirabilité 1 correspond à la meilleure valeur du rendement avec minimales puissance dans la gamme des caractéristiques de la turbine indiquée.

**Tableau IV.7 :** Contraintes du processus d'optimisation

Conditions	Objective	Lower limit	Upper limit	Importance
$T_1(K)$	in range	273	313	3
$T_3 (K)$	in range	1100	1500	3
$r_p$	in range	4	12	3
$\varepsilon$ (%)	in range	55	85	3
$\eta_{th}$ ((%)	Maximale	19	48	4
SFC (kg/kWh)	Minimale	0.1575	0.3979	3

Le problème revient à maximiser la fonction de désirabilité (D) qui est la fonction objective sous les contraintes des variables. Le tableau suivant illustre les réglages optimaux des caractéristiques de la turbine à gaz.

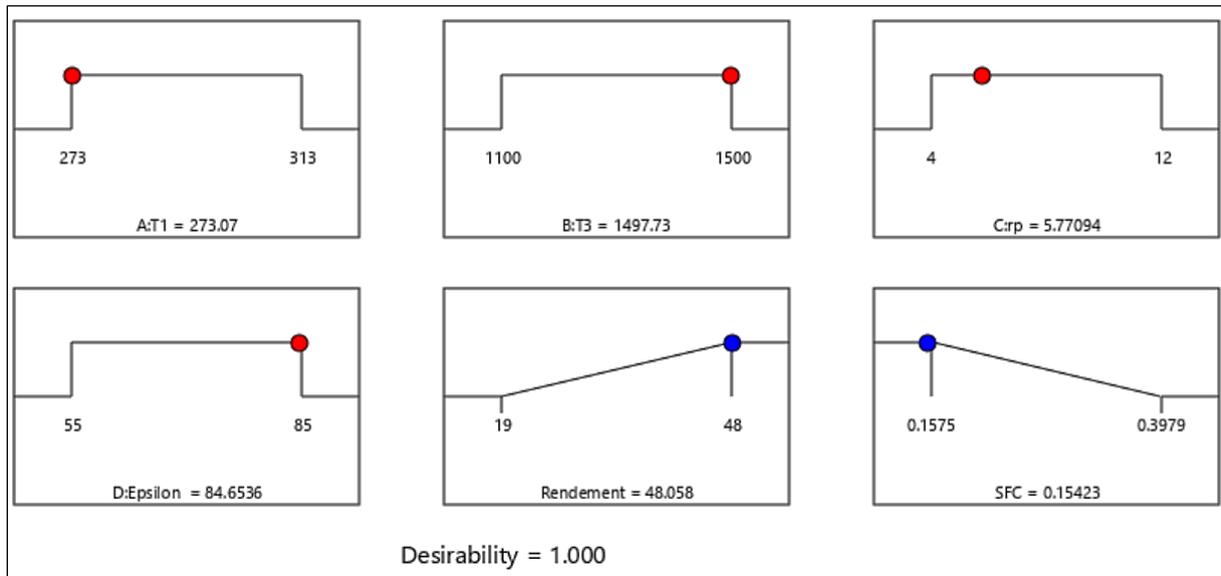
**Tableau IV.8 :** Les solutions optimales

N°	$T_1$ (K)	$T_3$ (K)	$r_p$	$\varepsilon$ (%)	$\eta_{th}$ (%)	SFC (kg/kWh)	Désirabilité	Remarks
1	273.71	1497,64	6,078	84,891	48,088	0,153	1,000	<u>Selected</u>
2	273,09	1499,22	6,426	84,636	48,096	0,153	1,000	
3	273,51	1495,46	6,331	84,724	48,001	0,153	1,000	
4	273,07	1497,73	5,771	84,654	48,058	0,154	1,000	
5	273,38	1499,97	5,403	84,788	48,075	0,155	1,000	

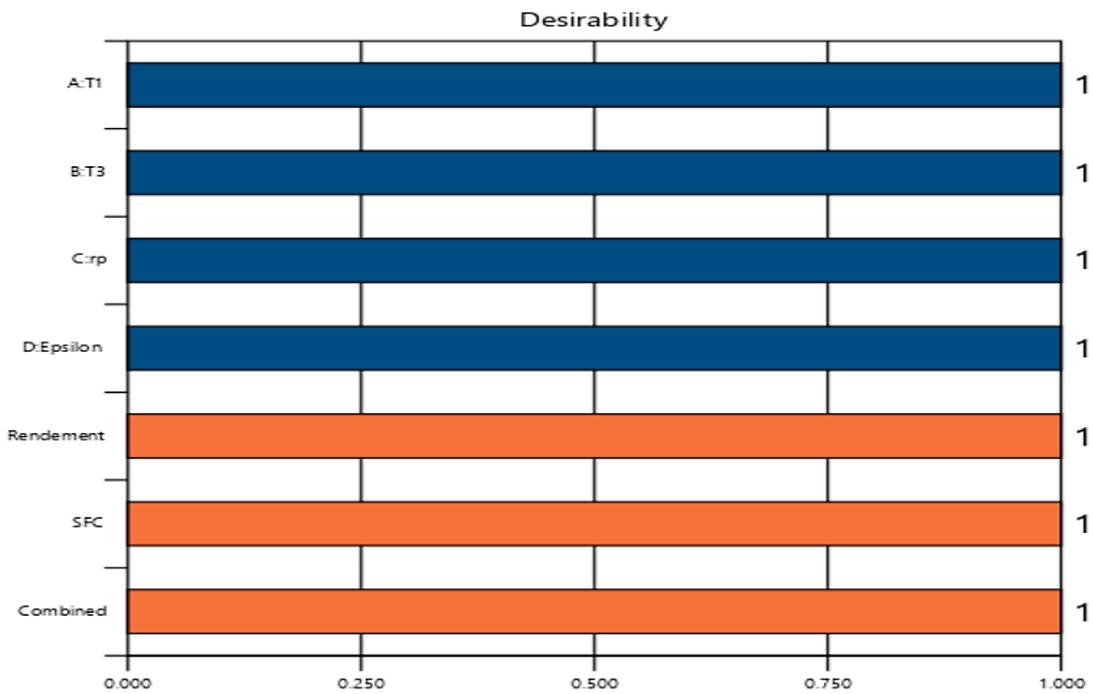
Le tableau IV.9 montre les intervalles de prévision optimale des réponses correspondant aux conditions optimales des caractéristiques du diffuseur dans le tableau IV.8. Le graphique de la solution optimal désiré est donné dans la figure V-9. Cette figure montre la valeur maximale de désirabilité et les valeurs des caractéristiques de la turbine ( $T_1$ ,  $T_3$ ,  $r_p$  et  $\varepsilon$ ) pour obtenir les meilleurs valeurs des performances de turbine à gaz étudiée (le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC)).

**Tableau IV.9 :** Les intervalles de prévision optimale des réponses ( $\eta_{th}$  et SFC)

Réponse	Prédiction	95% IC Min	95% IC Max	95% IP Min	95% IP Max
Rendement ( $\eta$ )	48,0881	47,1582	49,0181	45,1567	51,0196
Puissance (Pa)	0,152713	0,136795	0,168632	0,102535	0,202892



**Figure IV.10 :** Diagramme d'optimisation de réponses multiples du rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC)



**Figure IV.11 :** Diagramme de désirabilité du le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC)

## IV.6 Conclusions

Dans ce chapitre, la méthodologie des surfaces de réponse (MSR) a été utilisée pour étudier et analyser les caractéristiques de la turbine à gaz étudiée et leurs interactions qui ont un effet statistiquement significatif lors des essais de simulation, des modèles de régressions multiples sont associés à l'optimisation la fonction désirabilité. L'objectif principal de cette étude est de déterminer les caractéristiques de la turbine optimale afin améliorer les performances de la turbine à gaz étudiée, le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC). Les conclusions de ce chapitre sont les suivantes :

- le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) augmente avec l'augmentation de la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ) et diminue avec l'augmentation le rapport de compression ( $r_p$ ).
- Le pourcentage de la contribution donne une meilleure compréhension pour l'interprétation des résultats, qui prouve que l'interaction à deux niveaux du rapport de compression et de la température d'entrée de la turbine ( $r_p \times \epsilon$ ) est le plus influant sur le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) avec une contribution de 6.86%.
- D'une manière générale l'interaction à deux niveaux du rapport de compression et de la température d'entrée de la turbine ( $r_p \times \epsilon$ ) sont les paramètres prépondérants qui affectent la consommation spécifique de carburant (SFC).
- Les essais de normalité sur les résidus des modèles de régression linéaire multiples s'assurent que les modèles ont extrait toute l'information applicable à partir des essais de simulations, et ces derniers valident également l'adéquation des modèles développés.
- En comparant les valeurs de simulation et prédites le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC), on remarque qu'ils sont en bonne corrélation.
- Les valeurs optimales caractéristiques de la turbine à gaz pour obtenue le plus grand le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) avec minimum consommation spécifique de carburant (SFC) sont : la température ambiante ( $T_1$ ), 273.37(k) ; la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ), 1499,97(k) ; le rapport de compression ( $r_p$ ), 5.40 ; et l'efficacité du régénération ( $\epsilon$ ), 84.78 % ; avec le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) estimée de 48.08 % et consommation spécifique de carburant (SFC) de 0.155 kg/kWh.

## **CONCLUSION GENERALE**

Une étude théorique et de simulation ont été élaborées sur cycle thermodynamique d'une turbine à gaz. Dans la dernière partie de ce mémoire la méthodologie des surfaces de réponse (MSR) a été utilisée pour étudier et analyser les caractéristiques de sur cycle thermodynamique d'une turbine à gaz et leurs interactions qui ont un effet statistiquement significatif lors des essais de simulation, des modèles de régressions multiples sont associés à l'optimisation la fonction désirabilité. L'objectif principal de cette étude est de déterminer les caractéristiques cycle thermodynamique d'une turbine à gaz optimale afin améliorer les performances de la turbine à gaz étudiée, le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC).

Les conclusions principales de ce travail sont les suivantes :

- le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) augmente avec l'augmentation de la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ) et diminue avec l'augmentation le rapport de compression ( $r_p$ ).
- Le pourcentage de la contribution donne une meilleure compréhension pour l'interprétation des résultats, qui prouve que l'interaction à deux niveaux du rapport de compression et de la température d'entrée de la turbine ( $r_p \times \epsilon$ ) est le plus influant sur le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) avec une contribution de 6.86%.
- D'une manière générale l'interaction à deux niveaux du rapport de compression et de la température d'entrée de la turbine ( $r_p \times \epsilon$ ) sont les paramètres prépondérants qui affectent la consommation spécifique de carburant (SFC).
- Les essais de normalité sur les résidus des modèles de régression linéaire multiples s'assurent que les modèles ont extrait toute l'information applicable à partir des essais de simulations, et ces derniers valident également l'adéquation des modèles développés.
- En comparant les valeurs de simulation et prédites le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) et la consommation spécifique de carburant (SFC), on remarque qu'ils sont en bonne corrélation.
- Les valeurs optimales caractéristiques de la turbine à gaz pour obtenue le plus grand le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) avec minimum consommation spécifique de carburant (SFC) sont : la température ambiante ( $T_1$ ), 273.37(k) ; la température d'entrée de la turbine ( $T_3$ ), 1499,97(k) ; le rapport de compression ( $r_p$ ), 5.40 ; et l'efficacité du régénération ( $\epsilon$ ), 84.78 % ;

## *Conclusion générale*

---

avec le rendement thermique ( $\eta_{th}$ ) estimée de 48.07 % et consommation spécifique de carburant (SFC) de 0.155 kg/kWh.

## Références bibliographiques

- [1] M.A Cocca-Schenatady. NY GEPower Systems N. Macuci Performance and Reliability Improvements dor MS5002 Gaz Turbines Nuovo pignone, Florence,Italy
- [2] M. Reggio et J-Y. Trépanier, « Théorie des turbomachines. RTF ». Version PDF en français. Montréal
- [3] Turbine à gaz, in: Techno-Science [on line] (2018) <http://www.techno-science.net>
- [4] Gariépy M., Les cycles à vapeur, MEC Thermodynamique. Page 28-29. (2005)
- [5] Mémoire de fin d'étude « Effet du soutirage et de la resurchauffe sur les performances thermodynamiques du cycle combiné » réalisé par : Djaadi,S Madate ,H- Universite M'hamed Bougara Boumerdes, (2013)
- [6] Mémoire de fin d'étude « Etude et renovation de la turbine à gaz MS5002C de Hassi R'mel » réalisé par : Benikhlef, M et Mohammedi, A-(2013/2014)
- [7] Mémoire de fin d'étude « Analyse thermodynamique d'une centrale thermique hybride solaire /gaz » réalisé par : [] Chekchek,B (2013 /2014) universite Hadj Lakhdar Batna
- [8] Michael A Boles, Yunus A Cengel, thermodynamique une approche pragmatique : Marcel Lacroix. 3e édition | mai 2021 | 872 pages
- [9] Michael A Boles, Yunus A Cengel, thermodynamique une approche pragmatique : Marcel Lacroix. 3e édition | mai 2021 | 872 pages
- [10] Y.A.cengel, M.A.Boles. Thermodynamics An engineering approach, McGraw-Hill, 1996.
- [11] BENDJEDIDI, S, «pompe centrifuge»,Rapport de stage ,Université de Batna ,2012.
- [12] G. Taguchi and Y. Wu, Introduction to off-line quality control, Central Japan Quality Control Association (1985).
- [13] F. Louvet, L. Delplanque, Les Plans d'Expériences par la méthode Taguchi, Expérimentique, (2005).
- [14] W.Y. Fowlkes and C.M. Creveling, Ingenerate robust (1998).
- [15] A. Dean, Design and Analysis of Experiments (2000).

- [16] D.C. Montgomery, Design and analysis of experiments, 5<sup>th</sup>ed: Wiley & Sons Inc; New York (2001).
- [17] J. Goupy, Plans d'expériences pour surface de réponse (1999).
- [18] J.J. Dreesbeke, J. Fine, Plans d'expériences. Applications à l'entreprise (1997).
- [19] D. Byeng and K.A.K Youn, A new response surface methodology for reliability-based design optimization, Computers and Structures (2003).
- [20] X. Guan and R. Melchers, Effect of response surface parameter variation on structural reliability estimates. Structural Safety, tome 23: pp. 429 – 444 (2001).
- [21] K. Onur and D. Necip, Joint optimization of mean and standard deviation using response surface methods, Journal of Quality Technology, tome 35, n°3 (2003).
- [22] G.E.P. Box and K.B. Wilson, on the experimental design for attainment of optimum conditions, Journal of the Royal Statistical Society, tome Series B 13, pp. 1–45 (1951).
- [23] M. Quesada, E. Del-Castillo, A bayesian approach for multiple response surface optimization in the presence of noise variables. Journal of applied statistics, tome 31, no 3: pp. 251–270, (2004).
- [24] . Allen, Low-cost response surface methods applied to the design of plastic fasteners, Quality Engineering, Volume 12, tome 12, N° 4: pp. 583–591(2000).
- [25] D. Bursztyna, Comparison of designs for computer experiments. Journal of Statistical Planning and Inference, In press, (2004).
- [26] M. Trosset, N. Alexandrov, New methods for robust design using computer simulation, Proceedings of the Section on Physical and Engineering Sciences, American Statistical Association (2003).
- [27] P. Besse, Pratique de la modélisation Statistique (2003).
- [28] D. Benoist, Y. Tourbier, Plans d'expériences: construction et analyse (1994).
- [29] C. Yann and P. Siarry, Optimisation multiobjectif, Editions Eyrolles paris, (2002).
- [30] E.C. Harrington, The desirability function, IQC 21 (1965).
- [31] G. Derringer, Simultaneous optimization of several response variables, JQT, tome 12 (1980).
- [32] E.D. Castillo, Modified desirability function for multiple response optimizations, JQT, tome 28 (1996).

- [33] C. Ch'ng, A new approach for multiple response optimizations, Quality Engineering (2005).
- [34] A.I. Khuri and J. Cornell, Response Surface Design and Analysis, Marcel Dekker, New York (1987).
- [35] " EES Engineering Engineering Equation Solver Notions de base ", école polytechnique Montréal, September 2018.
- [36] " EES Engineering Equation Solver Pour Microsoft Windows ", S.A.Klein et F.L. Alvarado. 1198.