

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf - Mila

Institut des Sciences et Technologie

Département de Sciences et Techniques



Projet de Fin d'Etude préparé en vue de l'obtention du diplôme
de MASTER

En : Génie Mécanique

Spécialité : ENERGETIQUE

Thème

Etude du comportement thermique et dynamique de la
convection naturelle dans les cavités poreuses

Présenté par :

SOLTANI Yahia

FERGANI Adib

Membres de jury

Mr DEBBAH Djoubeir
Dr ZERARI Khalil
Dr HASSINET Liamena

Président
Examineur
Encadreur

Promotion : 2021/2022

Dédicaces

*Nous dédions ce modeste travail à nos
très chers parents, à nos frères et sœurs,
à mon binôme qui j'ai partagé avec lui
les bons et les durs moments et enfin à
tous mes collègues et mes amis.*

Remerciements

Nous tenons particulièrement remercier Allah le tout puissant,

*Nous tenons à notifier un remerciement spécial à tous nos professeurs qui ont contribué à notre formation universitaire, et en particulier aux **Mr DEBBAH Djoubair** et **Dr ZERARI Khalil** pour avoir accepté d'évaluer notre travail et d'être président et membre de jury respectivement. Nos vifs remerciements vont notamment à notre encadreur **Dr HASSINET Liamena** pour son aide et assistance, par sa disponibilité, ses conseils et ses orientations durant toute la période de la réalisation de notre projet. Nous remercions toute personne qui a contribué de près ou de loin à l'achèvement de ce travail. Nous tenons remercier nos familles de nous avoir soutenu, nous ne serons jamais assez reconnaissants envers nos parents qui ont toujours tout mis en œuvre pour qu'on s'épanouisse dans tous ce qu'on entreprend.*

Enfin, nous espérons que ce travail aura la valeur souhaitée.

Sommaire

Dédicaces.....	2
Remerciements	3
Liste des figures.....	7
Liste des tableaux.....	8
Nomenclature.....	9
Résumé.....	11
Introduction générale.....	14
1. Généralités et synthèse bibliographique	17
1.1 Introduction.....	17
1.2 Les types de transfert de chaleur	17
1.2.1 Transfert de chaleur par convection	17
1.2.2 Transfert de chaleur par conduction.....	19
1.2.3 Transfert de chaleur par rayonnement.....	20
1.3 Ecoulements et transferts en milieu poreux.....	20
1.3.1 Milieu poreux	20
1.3.2 Les paramètres des milieux poreux.....	21
1.4 Caractérisation des écoulements en milieu poreux.....	22
1.4.1 Loi de Darcy	22
1.4.2 Loi de Darcy-Forchheimer	22
1.4.3 Loi de Darcy-Brinkman	23
1.5 Modélisation des transferts thermiques en milieu poreux.....	24

1.6	Travaux antérieurs.....	25
1.7	Conclusion	30
2	Formulation mathématique	32
2.1	Introduction.....	32
2.2	Modèle physique.....	32
2.3	Hypothèses.....	33
2.4	Equations sous forme dimensionnelle	33
2.5	Conditions aux limites sous forme dimensionnelle.....	35
2.5.1	Conditions de températures isothermes	35
2.6	Equations sous forme adimensionnelle	35
2.7	Conditions aux limites sous forme adimensionnelle.....	36
2.8	La Forme Générale des Equations de Conservation	37
2.9	Calcul du nombre de Nusselt.....	38
2.9.1	Nombre de Rayleigh	38
2.10	Lignes de courant	38
2.11	Conclusion	39
3	Modèle Numérique	41
3.1	Introduction.....	41
3.2	Maillage	41
3.3	Discrétisation des équations de transport	43
3.3.1	Intégration du flux total	43
3.3.2	Intégration du terme source	44
3.4	Discrétisation de l'équation de continuité.....	45

3.5	Discrétisation finale des équations de conservation	46
3.5.1	Schémas de discrétisation	47
3.5.2	Discrétisation des termes sources.....	48
3.5.3	Algorithme SIMPLE	49
3.5.4	Séquences de l'algorithme SIMPLE »	52
3.6	Conclusion	55
4	Résultats et discussions.....	57
4.1	Introduction.....	57
4.2	Effet du maillage.....	57
4.3	Validation du code de calcul.....	58
4.3.1	Effet du nombre de Rayleigh.....	59
4.3.2	Effet du nombre de Darcy	61
4.4	Conclusion	67
	Conclusion générale	68
	Bibliographie.....	69

Liste des figures

Figure 1.1: Schéma du transfert de chaleur par convection	17
Figure 1.2: Représentation schématique d'un VER.....	20
Figure 1.3: Expérimentale de La cellule Hele-Shaw [13]	26
Figure 1.4: La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites [13].....	26
Figure 1.5: cavité chauffée et refroidie par des températures sinusoïdales [14]	27
Figure 1.6: Différents emplacements thermiquement actifs.....	28
Figure 1.7: Modèle physique du problème et ses coordonnées.....	29
Figure 2.1: La configuration à étudier.....	32
Figure 3.1: Discrétisation du domaine de calcul.	42
Figure 3.2: Stockage des variables scalaires et des composantes de vitesse	42
Figure 3.3: Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLE.....	53
Figure 3.4 : Réalisation de géométrie.....	54
Figure 3.5 : Réalisation du maillage.....	54
Figure 3.6 : Exécution du calculs	55
Figure 3.7 : Evolution des résidus en fonction de nombre d'itérations.....	55
Figure 4.1: Comparaison entre nos résultats avec ceux de la littérature pour $Da=0.01$ et $\varepsilon=0.6$	58
Figure 4.2 : Evolution des résidus et la convergence	59
Figure 4.3 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Da= 10^{-5}$ et pour différents nombres de Rayleigh (a) $Ra= 10^5$ and (b) $Ra= 10^6$ et (c) $Ra= 10^7$	60
Figure 4.4 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Ra= 10^6$	62
Figure 4.5 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Ra= 10^7$	63
Figure 4.6 : Variation du nombre de Nusselt local avec les différentes valeurs de Ra pour : (a) $Da=10^{-1}$, (b) $Da=10^{-6}$	65
Figure 4.7 : Variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Rayleigh pour $Da=10^{-5}$ et $Da=10^{-6}$	66
Figure 4.8 : Variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Rayleigh	66

Liste des tableaux

Tableau 2-1: Présentation des différentes quantités transportées et leurs termes de transport.....	37
Tableau 3-1: Discrétisation des termes sources.....	48
Tableau 4-1: Effet du maillage sur les valeurs de (Nu, ψ_{\max} et V_{\max}) pour $Ra=10^5$, $Da=0.1$ et $\varepsilon=0.6$	57

Nomenclature

Ar	Rapport de forme de la cavité, $Ar = H/L$	[s]
Cp	Capacité calorifique à pression constante,	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]
Da	Constante de Darcy; $Da = K/L^2$	
G	Accélération de pesanteur	[m s ⁻²]
H	Hauteur de la cavité	[m]
K	Conductivité thermique de l'air	[W m ⁻¹ K ⁻¹]
k _A	Moyenne arithmétique de la conductivité thermique	[W K ⁻¹]
k _e	Conductivité thermique effective	[W K ⁻¹]
k _f	Conductivité thermique de la phase fluide	[W K ⁻¹]
k _G	Moyenne géométrique de la conductivité thermique	[W K ⁻¹]
k _H	Moyenne harmonique de la conductivité thermique	[W K ⁻¹]
k _s	Conductivité thermique de la phase solide	[W K ⁻¹]
K	Perméabilité	[m ²]
L	Longueur de la cavité	[m]
Nul	Nombre de Nusselt local	
Nu	Nombre de Nusselt moyen	
P	Pression	[Pa]
P	Pression adimensionnée	
Pr	Nombre de Prandtl ; $Pr = \nu/\alpha$	
q _m ^{'''}	Production de la chaleur globale	J/m ³
Ra	Nombre de Rayleigh ; $Ra = g\beta\Delta TL^3 / \nu\alpha$	
R _k	Rapport de conductivités ; $R_k = k_e/ k_f$	

T_{ref}	Température de référence	[K]
T	Température	[K]
T_C	Température de la paroi froide	[K]
T_H	Température de la paroi chaude	[K]
T_s	Température de la phase solide	[K]
T_f	Température de la phase fluide	[K]
ΔT	Différence de températures	[K]
\vec{V}	Vitesse de filtration = vitesse de Darcy	[m s ⁻¹]
u, v	Composante horizontale et verticale de la vitesse	[m s ⁻¹]
U, V	Composantes de la vitesse adimensionnée	
\vec{V}_p	Vitesse moyenne interstitielle de pore	[m s ⁻¹]
V_f	Volume occupé par le fluide	[m ³]
V_s	Volume occupé par le solide	[m ³]
x, y	Cordonnées cartésiennes dimensionnelles	[m]
X, Y	Cordonnées cartésiennes adimensionnées	

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique du fluide	[m ² s ⁻¹]
B	Coefficient d'expansion thermique	[K ⁻¹]
M	Viscosité dynamique du fluide	[Pa s]
N	Viscosité cinématique du fluide	[Pa s]
P	Masse volumique	[kg m ⁻³]
θ	Temperature adimensionnée	
τ	Temps adimensionné	
Ψ	Fonction de courant adimensionnée	

Résumé

Ce mémoire expose une étude numérique du comportement de la convection naturelle stationnaire dans une cavité carrée remplie d'un milieu poreux en deux dimensions, en utilisant le modèle Darcy Brinkman. La cavité est chauffée à la moitié inférieure de la paroi verticale gauche et refroidie à la moitié supérieure de la même paroi. Les parois horizontales et le reste des parois sont isolés. La méthode du volume finis a été utilisée pour résoudre numériquement les équations de conservation de masse, de mouvement et d'énergie. La convection a été initiée en imposant des températures aux limites de l'enceinte rigides et imperméables.

Le problème est analysé pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra dans l'intervalle $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ et pour différentes valeurs des nombres de Darcy Da dans l'intervalle $10^{-7} \leq Da \leq 10^{-1}$. Les résultats numériques montrent que le transfert de chaleur est principalement dû à la conduction à de faibles nombres de Darcy $Da < 10^{-3}$ et le régime de convection devient dominant à $Da \geq 10^{-3}$ et $Ra \geq 10^7$. L'augmentation de Ra et Da implique l'augmentation de la force d'écoulement ainsi que les taux moyens de transfert de chaleur.

Mots clés : convection naturelle, milieu poreux, chauffage partiel, refroidissement partiel

Abstract

This memory presents a numerical study of stationary natural convection in a square cavity filled with a two-dimensional porous medium, using the Darcy Brinkman model. The cavity has been heated on the lower half and cooled on the upper half along the same left vertical wall, the horizontal walls and the vertical cavity remain are adiabatically and impermeable. By using the finite volume method to numerically solve the conservation equations of mass, motion and energy. Convection was initiated by imposing temperatures at the boundaries of the rigid and impermeable enclosure.

The finite control volume method has been used to solve numerically the governing conservative equations of mass, momentum and energy. The problem is analysed for different values of the Rayleigh number Ra in the range $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ and for different values of the Darcy numbers Da in the range $10^{-7} \leq Da \leq 10^{-1}$. The numerical results show that heat transfer is mainly due to the conduction at low Darcy numbers $Da < 10^{-3}$ and convection regime becomes dominant at $Da \geq 10^{-3}$ and $Ra \geq 10^7$. Increasing of Ra and Da implies the increasing of the flow strength as well as average heat transfer rates.

Keywords: natural convection, porous medium, partial heating, partial cooling

ملخص

المذكورة تقدم الدراسة العددية للحمل الحراري الطبيعي غير المستقر في تجويف مربع مليء بوسائط مسامية في بعدين. باستخدام نموذج دارسي الممتد من برينكمان. الجدار النصف السفلي من العمود الأيسر يتم تسخينه بدرجة حرارة ثابتة والجدار النصف العلوي من العمود الأيمن يبرد بدرجة حرارة ثابتة والجدران الأفقية وبقية الجدران العمودية معزولة وغير نافذة. وقد استخدمت طريقة التحكم في حجم محدود لحل عدديا معادلة الحفاظ على الكتلة والزخم والطاقة. بدأ الحمل الحراري من خلال فرض درجات الحرارة على الحد الصلب غير النافذ .

تم استخدام طريقة حجم التحكم المحدود لحل المعادلات المحافظة الحاكمة للكتلة والزخم والطاقة عدديًا. تم تحليل المشكلة لقيم مختلفة لرقم Rayleigh Ra في النطاق $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ ولقيم مختلفة لأرقام Darcy Da في النطاق $10^{-1} \leq Da \leq 10^{-3}$. تظهر النتائج العددية أن انتقال الحرارة يرجع أساسًا إلى التوصيل عند أرقام دارسي المنخفضة $Da < 10^{-3}$ ويصبح نظام الحمل الحراري مهيمًا في $Da \geq 10^{-3}$ و $Ra \geq 10^7$ زيادة Ra و Da يعني زيادة قوة التدفق وكذلك متوسط معدلات نقل الحرارة.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي, الوسط المسامي, التدفئة الجزئية, التبريد الجزئي

Introduction générale

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans les milieux poreux est un sujet d'intérêt considérable dans le domaine de l'industrie. Les applications sont nombreuses, la conception thermique dans le domaine des bâtiments, le stockage cryogénique, la conception des fours, des réacteurs nucléaires, des collecteurs d'énergie solaire, etc... L'intérêt pour le sujet provient aussi de son rôle important dans le refroidissement des composants électroniques, le choix des processus de refroidissement par convection naturelle est la méthode la plus utilisée, en raison de sa facilité d'intégration dans les systèmes et son faible coût.

Dans l'ensemble des recherches traitées, le problème de transfert de chaleur par convection naturelle dans les milieux poreux saturés par un fluide a été l'origine de nombreux travaux expérimentaux et numériques. La plupart des ces études portant sur ce phénomène ont lié un intérêt particulier aux enceintes carré, dont les parois horizontales ou verticales sont soumises à des conditions de température isotherme ou à des conditions de flux de chaleurs uniformes. En revanche, peu de travaux ont été consacrés à la convection naturelle dans les enceintes poreuses partiellement chauffées et partiellement refroidies, bien que celles-ci se trouvent dans des habitats et au centre de pas mal d'applications industrielles.

Le présent mémoire porte sur l'étude de la convection naturelle au sein d'une enceinte carrée remplie par un milieu poreux saturé par un fluide. La cavité est soumise à des gradients de températures différents aux demi-parois verticales.

Nous nous sommes intéressés essentiellement sur les effets des différents paramètres du problème sur les champs dynamiques et thermiques ainsi que sur les transferts de chaleur résultants. L'étude traite particulièrement le contrôle des flux convectifs et des températures dans les enceintes de formes carrées, qui ont de nombreuses applications dans l'ingénierie.

Le présent manuscrit est structuré en une introduction générale, quatre chapitres et une conclusion générale.

Le premier chapitre, où nous reviendrons sur les notions, présente les définitions sur le transfert de chaleur et les milieux poreux, les caractérisations des écoulements en milieu poreux et la modélisation des transferts thermiques. Nous y exposerons aussi quelques travaux antérieurs consacrés à une bibliographie des travaux théoriques, expérimentaux et numériques liés à la convection naturelle en cavité poreuse.

Le second chapitre est consacré à la modélisation mathématique, en présentant le problème physique mis en étude, suivi de la formulation mathématique. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie ainsi que les conditions aux limites imposées sont présentées en détail.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des volumes finis et son exécution pour la discrétisation des équations du problème, ainsi que l'algorithme SIMPLE choisi pour le couplage vitesse-pression.

Le quatrième chapitre constitue l'essentiel du travail, où nous présentons les effets des différents paramètres sur les caractéristiques des écoulements et le transfert convectif et nous commentons également les résultats ainsi obtenus.

Enfin, une conclusion générale présentant les principaux résultats trouvés le long de cette étude.

Chapitre 1

Généralités et synthèse bibliographique

1. Généralités et synthèse bibliographique

1.1 Introduction

Dans cette section nous fournissons le cadre physique général pour d'écrire l'écoulement des fluides et le transfert de chaleur dans un milieu poreux. Nous établissons les équations aux dérivées partielles (EDPs) régissant ces écoulements.

L'objectif est de rappeler l'origine physique des coefficients qui apparaissent dans les EDPs et les diverses lois de fermeture permettant de bien poser le problème.

D'autre part nous avons dressé une revue de la littérature concernant les travaux les plus pertinents dans le domaine de la convection naturelle dans les cavités remplies de milieux poreux.

1.2 Les types de transfert de chaleur

Il existe trois modes de transfert d'énergie thermique : la conduction, la convection et le rayonnement thermique.

1.2.1 Transfert de chaleur par convection

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide.

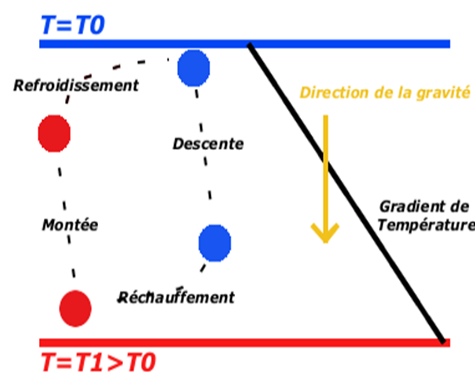
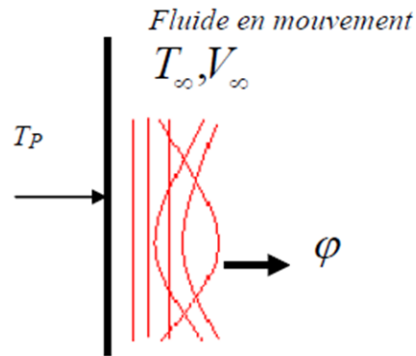


Figure 1.1: Schéma du transfert de chaleur par convection

Quelque soit le type de convection (libre ou forcée) et quelque soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent). La densité du flux de chaleur ϕ est donnée par la loi de Newton (1.1) :



$$\phi = h(T_p - T_\infty) \quad (1.1)$$

Où-

ϕ = Densité de flux thermique ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)

T_∞ = Température de la paroi

T_f = Température du fluide.

h = Coefficient d'échange superficic

La théorie de la convection naturelle thermique repose sur l'hypothèse de Boussinesq : la masse volumique ρ est considérée comme constante et notée ρ_∞ (correspondant à une température T_∞) sauf dans le terme de pesanteur.

$$\frac{\rho - \rho_\infty}{\rho_\infty} = \frac{\rho - \rho_\infty}{\rho_\infty} = -\beta(T - T_\infty)$$

C'est ici l'existence d'un gradient de température dans le champ de pesanteur qui constitue le seul moteur du mouvement, dont l'origine est donc interne au fluide ; mais c'est la gravitation qui fournit l'énergie nécessaire.

Aux hypothèses λ et μ constants s'ajoutera la condition $\overline{\text{grad } \rho^*} = 0$ car ce terme est généralement négligeable **PADET [1]** Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie deviennent alors respectivement :

$$\text{div } \vec{v} = 0$$

$$\vec{v} \cdot \overline{\text{grad } \vec{v}} = -\beta (T - T_\infty) \vec{g} + \nu \Delta \vec{v} \quad (1.2)$$

$$\vec{v} \cdot \overline{\text{grad } T} = a \Delta T$$

Précisons aussi que la force verticale représentée par le terme $\beta (T - T_\infty) \vec{g}$ est appelée poussée thermique, ou force d'Archimède .

1.2.2 Transfert de chaleur par conduction

La conduction est une mode de transmission de la chaleur provoquée par la différence de température entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux ou encore entre deux milieux en contact physique **Makhloufi [2]**.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité du flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\varphi = -\lambda \text{grad}(T) \quad (1.3)$$

Avec :

φ = Densité du flux thermique (w.m^{-2})

λ = conductivité thermique du milieu ($\text{w.m}^{-1}.\text{c}^{-1}$)

T = température (k)

1.2.3 Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement thermique peut être considéré comme un cas particulier du rayonnement électromagnétique. Le plus simple exemple du rayonnement est le rayonnement solaire. Le rayonnement thermique est un phénomène de surface, la relation de base du rayonnement est celle de **Stefan- Boltzman [3]** :

$$\varphi = \varepsilon\sigma T^4 \left[w .m^{-2} \right] \quad (1.4)$$

σ = constante de Stefan- Boltzman=5.67*10⁻⁸ w .m⁻²K⁻⁴

1.3 Ecoulements et transferts en milieu poreux

1.3.1 Milieu poreux

Un milieu poreux est un domaine dont la phase solide est fortement imbriquée avec la phase fluide. Le fluide peut s'écouler librement dans les pores formés entre les particules solides.

Un milieu poreux est caractérisé principalement par deux propriétés macroscopiques liées entre elles et qui sont la porosité et la perméabilité. Du fait que la disposition et la taille des pores sont irrégulières, la variation des paramètres régissant cet écoulement, elle sera aussi irrégulière. En pratique, ces paramètres sont mesurés à l'échelle macroscopique (moyenné). La technique utilisée est la méthode spatiale, définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) suffisamment large, voir figure 1.2.

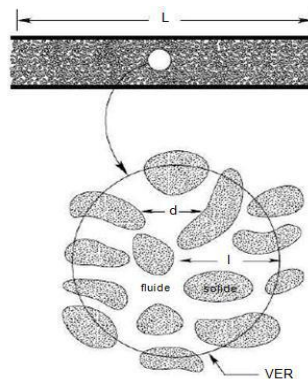


Figure 1.2: Représentation schématique d'un VER

1.3.2 Les paramètres des milieux poreux

L'étude des écoulements et du transfert de chaleur en milieu poreux est basée sur le calcul des propriétés du milieu, la porosité et la perméabilité.

a) La porosité

La porosité est le paramètre principal décrivant un milieu poreux, elle est définie par le rapport entre le volume de fluide V_f et le volume total du milieu poreux V_T . ($V_T = V_f + V_s$)

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V_f + V_s} \quad (1.5)$$

V_s : le volume occupé par le solide.

V_f : le volume occupé par le fluide.

b) La Perméabilité

La perméabilité traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression.

La perméabilité dépend essentiellement de la porosité et du diamètre des particules.

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^2}{36C_0(1 - \varepsilon)^2} \quad (1.6)$$

Où :

d est une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse et

C_0 une constante dépendant de la forme des grains ($3.6 < C_0 < 5$).

1.4 Caractérisation des écoulements en milieu poreux

1.4.1 Loi de Darcy

Darcy a présenté expérimentalement au milieu du 19^{ème} siècle que le débit d'un écoulement d'eau à travers une colonne de sable était proportionnel au gradient de pression appliqué entre deux sections de cette colonne. La première mise en équation du mouvement d'un fluide dans un milieu poreux saturé a été proposée par **Darcy** [4].

Pour un milieu isotrope, l'équation de Darcy généralisée peut s'écrire :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{k} \vec{v} + \rho \vec{g} \quad (1.7)$$

Où :

$\vec{\nabla}p$ est le gradient de pression.

μ est la viscosité du fluide, ρ c'est la masse volumique du fluide.

K est la perméabilité qui ne dépend que de la géométrie de la matrice solide.

\vec{v} est la vitesse de filtration ou la vitesse superficielle du fluide.

1.4.2 Loi de Darcy-Forchheimer

Forchheimer a mis en évidence expérimentalement au début du 20^{ème} siècle qu'il y a apparition de recirculations à l'échelle du pore lorsque le débit de l'écoulement est important. Ces recirculations produisent une chute supplémentaire de pression exprimée sous la forme d'une fonction quadratique de la vitesse de filtration. **Selon Joseph et al. [5]**, la modification appropriée à l'équation de Darcy est de remplacer l'équation. (1.7) par :

$$\vec{\nabla}p = -\frac{\mu}{k} \vec{v} + \rho \vec{g} - \frac{\rho f C_f}{\sqrt{k}} |\vec{v}| \vec{v} \quad (1.8)$$

1.4.3 Loi de Darcy-Brinkman

Etendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de diffusion visqueuse dans la loi de Stokes. Ce terme permet également de rendre compte des forces de frottement qui ont lieu au niveau des surfaces qui délimitent le milieu poreux.

La loi modifiée de Darcy-Brinkman-Forchheimer (DBF) est alors représentée par l'équation suivante :

$$\vec{\nabla} p = -\frac{\mu}{k} \vec{v} + \rho \vec{g} - \frac{\rho f C_f}{\sqrt{k}} |\vec{v}| \vec{v} + \tilde{\mu} \nabla^2 \vec{v} \quad (1.9)$$

Où $\tilde{\mu}$ est une viscosité effective qui dépend de la viscosité du fluide (μ) La forme la plus générale d'équation du mouvement qui tient compte de l'inertie macroscopique du fluide a été proposée, par **Hsu and Chang [6]** et **Vafai and Tien [7]**, citée par **Neild and Bejan [8]**. Ces chercheurs ont obtenu une équation qui peut être écrite par notre notation par :

$$\underbrace{\rho_f \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{\vec{v}}{\varepsilon} \right) \right]}_1 = \underbrace{-\vec{\nabla} p}_2 + \underbrace{\rho \vec{g}}_3 + \underbrace{\frac{\mu}{\varepsilon \rho f} \nabla^2 \vec{v}}_4 - \underbrace{\frac{\mu}{k} \vec{v}}_5 + \underbrace{-\frac{\rho f C_f}{\sqrt{k}} |\vec{v}| \vec{v}}_6 \quad (1.10)$$

(1) terme exprimant les forces d'inertie macroscopiques (terme convectif)

(2) gradient de pression

(3) force de gravité

(4) cisaillement visqueux à l'échelle macroscopique, appelé terme visqueux de Brinkman

(5) cisaillement visqueux à l'échelle microscopique, appelé terme de Darcy

(6) terme exprimant les forces d'inertie microscopiques, appelé terme d'inertie d'Ergun ou encore terme de Forchheimer

1.5 Modélisation des transferts thermiques en milieu poreux

Le transfert thermique dans les milieux poreux, est approché par deux types de modèle : modèle à une température et modèle à deux températures. Dans ce qui suit nous avons basé sur le modèle à une température.

- **Modèle à une température**

Le milieu est cependant considéré comme homogène, l'équation d'énergie sur un volume élémentaire du milieu, s'écrit pour la phase solide :

$$(1-\varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1-\varepsilon) \vec{\nabla} \cdot (\mathbf{k}_s \vec{\nabla} T_s) + (1-\varepsilon) q_s''' ,$$

et pour la phase fluide :

$$\varepsilon (\rho c_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)_f \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_f = \varepsilon \vec{\nabla} \cdot (\mathbf{k}_f \vec{\nabla} T_f) + \varepsilon q_f'''$$

En utilisant cette hypothèse d'équilibre local $T_s = T_f = T$, l'équation de bilan d'énergie peut être écrite :

$$(\rho c_p)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_f \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (\mathbf{k}_e \vec{\nabla} T) + q_m''' \quad (1.11)$$

Où :

$(\rho c_p)_m$ est la capacité thermique globale par unité de volume définie par :

$$(\rho c_p)_m = (1-\varepsilon)(\rho c)_s + \varepsilon (\rho c_p)_f \quad (1.12)$$

k_e est la conductivité thermique globale du milieu poreux :

$$k_e = (1-\varepsilon)k_s + \varepsilon k_f \quad (1.13)$$

q_m''' est la production de la chaleur globale par unité de volume du milieu.

$$q_m''' = (1-\varepsilon)q_s''' + \varepsilon q_f''' \quad (1.14)$$

1.6 Travaux antérieurs

Les recherches publiées concernant le sujet de la convection naturelle dans les milieux poreux sont abondantes. Beaucoup de travaux sont cités dans les ouvrages de **Nield and Bejan [8]**, **Vafai [9]** et **Ingham and Pop [10]**. La plupart des travaux sur la convection naturelle dans les milieux poreux ont considéré des géométries simples et différentiellement chauffées. La configuration carrée est l'une des plus étudiées, car elle est impliquée dans de nombreux processus thermiques. Elle sert de base pour la plupart des études à caractère fondamental.

D'autres chercheurs ont consacré leurs études sur la convection naturelle soit à un flux thermique ou à une différence de température imposée aux parois latérales ou horizontales parmi eux :

Edimilson et al. [11] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire et turbulente dans une cavité carrée poreuse en utilisant le modèle macroscopique $k-\varepsilon$. Les parois verticales de la cavité sont maintenues à des températures différentes, alors que les parois horizontales sont adiabatiques. Ils ont trouvé que pour les valeurs de Ra inférieures à 10^4 , les solutions de flux laminaire et turbulent se confondent, en indiquant que cette valeur critique de Ra a été atteinte. Les résultats indiquent en outre que lorsque les paramètres de porosité, nombre de Prandtl, rapport de conductivité du fluide et la matrice solide et le Ra sont maintenus fixes, et plus le nombre de Darcy est bas, plus le nombre de Nusselt est élevé à la paroi chaude.

Baytas and Pop [12] ont étudié numériquement la convection libre dans une cavité carrée poreuse dont les parois verticales sont maintenues aux différentes températures tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. L'étude est faite en adoptant un modèle à deux températures. Ils constatent qu'un tel modèle (modèle à deux températures) modifie sensiblement le comportement des caractéristiques d'écoulement, en particulier ceux des coefficients locaux de transfert de chaleur.

Abdelkareem et al. [13] ont étudié expérimentalement le mouvement oscillatoire de la convection naturelle dans un milieu poreux en utilisant une technique de cellules Hele-Shaw. La cellule Hele-Shaw simule une cavité sous la forme d'enceinte rectangulaire, chauffée à la moitié inférieure et refroidie à la moitié supérieure le long de la même paroi verticale. Ils ont constaté que le nombre de Nusselt est proportionnel à la racine carrée du nombre de Rayleigh et que la fréquence d'oscillation est proportionnelle au nombre de Rayleigh.

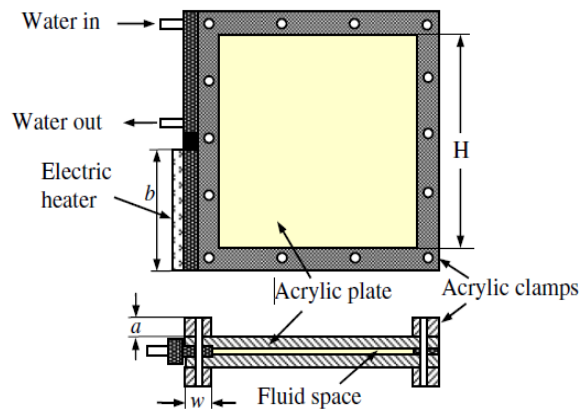


Figure 1.3: Expérimentale de La cellule Hele-Shaw [13]

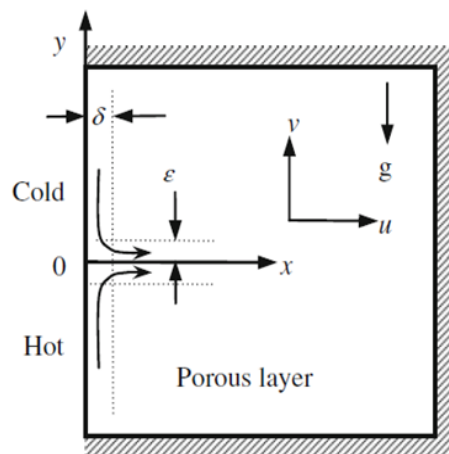


Figure 1.4: La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites [13]

$$T(y) = T_C + (T_{ref} - T_C) \sin \left(\pi \frac{y}{L \cos \phi} \right)$$

Hassin et al [14] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une cavité rectangulaire rempli d'un milieu poreux en utilisant modèle Darcy Brinkman. La convection a été initiée en imposant des températures aux limites de l'enceinte rigides et imperméables. L'effet du nombre de Rayleigh Ra , du nombre de Darcy Da et le rapport de conductivité sur la structure et le taux de transfert de chaleur ont été examinés. Les températures varient selon les profils sinusoidaux avec différentes amplitudes λ_H pour le chauffage et λ_C pour le refroidissement. Le problème est analysé pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra , le paramètre de forme Ar et les amplitudes des fonctions de températures sinusoidales ($0,25 \leq \lambda_H \leq 1,0$ et $0 \leq \lambda_C \leq 1,0$).

Les résultats numériques obtenus montrent que le transfert de chaleur est principalement dû à la conduction au faible nombre de Rayleigh $Ra \leq 10^4$. Le régime de transfert de chaleur de conduction a également été indiqué pour de faibles amplitudes des fonctions sinusoidales des températures (λ_H et $\lambda_C \leq 0,5$).

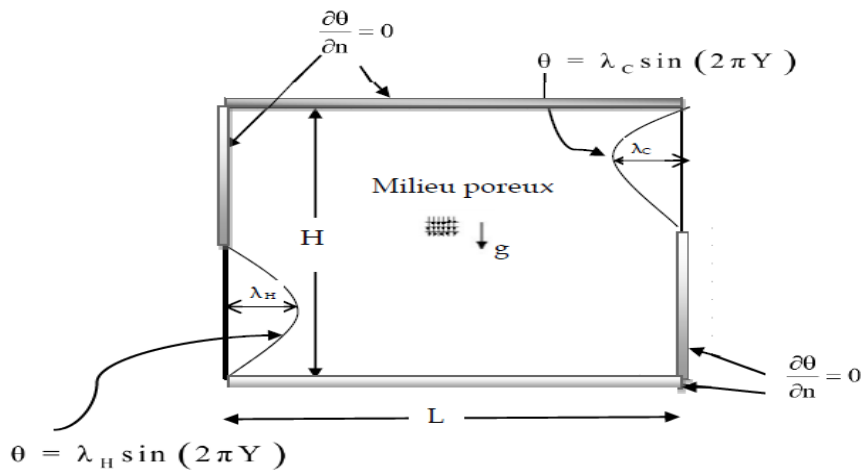


Figure 1.5: cavité chauffée et refroidie par des températures sinusoidales [14]

L'objectif de l'étude est de montrer l'influence de paramètre de contrôle sur l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse au sein de la cavité.

Sankar et al. [15] ont étudié numériquement le flux convectif et le transfert de chaleur dans une cavité poreuse carrée avec des parois thermiques partiellement actives. Cinq zones différentes de chauffage et de refroidissement sont considérées. Le long des parois verticales tandis que les parties restantes des parois latérales ainsi que le haut et le bas de la cavité sont adiabatiques. Les calculs sont effectués pour une large gamme de paramètres et les résultats sont présentés graphiquement. Les résultats révèlent que l'emplacement des zones de chauffage et de refroidissement a une influence significative sur le schéma d'écoulement et le transfert de chaleur correspondant dans l'enceinte.

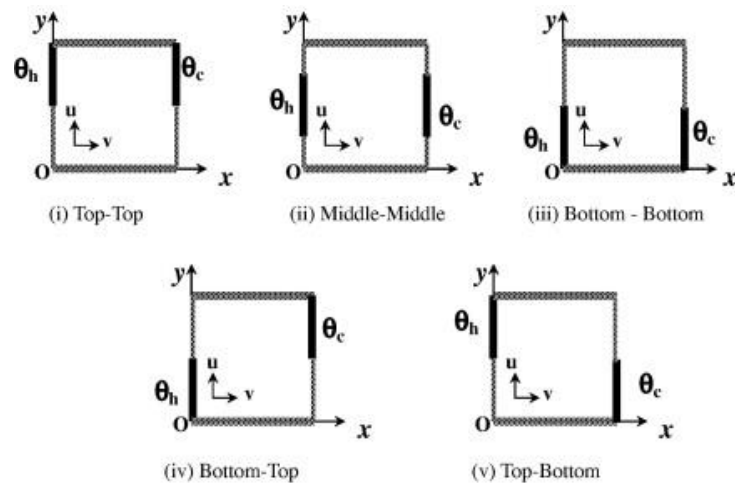


Figure 1.6: Différents emplacements thermiquement actifs.

Soleimani et al. [16] : Dans le but de réduire la température maximale sur la source de chaleur avec un flux de chaleur constant, les positions optimales d'une source de chaleur paire dans une enceinte carrée fermée ont été étudiées à l'aide de l'algorithme Particle Swarming Optimization (PSOA). Les résultats numériques ont montré que les configurations optimales sont : une fonction du nombre de Rayleigh et des dimensions des sources et des puits ; Une augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une diminution de la source de chaleur, et une augmentation du dissipateur de chaleur.

HeBoyu et al [17] : ont étudié l'effet du nombre de Rayleigh thermique de la fraction granulométrique des nanoparticules, de la déviation de phase, du rapport de conductivité thermique Afin d'étudier la simulation numérique de la double convection par diffusion naturelle de nanofluides dans une enceinte avec des sections conductrices de chaleur fixées verticalement à des parois horizontales. Le modèle Maxwell-Garnett est utilisé dans l'équation directrice pour modifier les propriétés des fluides affectés par les nanoparticules de cuivre.

Les résultats ont indiqué que la position des barrières est un facteur clé dans le contrôle des taux de transfert de chaleur et de masse des nanofluides, et ont permis de corrélérer linéairement les nombres moyens de Nusselt et Sherwood avec le changement de taille des nanoparticules. De plus, il existe une valeur optimale de l'écart de phase à laquelle l'optimisation maximale du transfert de chaleur et de masse est obtenue. De plus, l'augmentation du taux de conductivité thermique améliore le transfert de chaleur et de masse en ajustant correctement la position des sections.

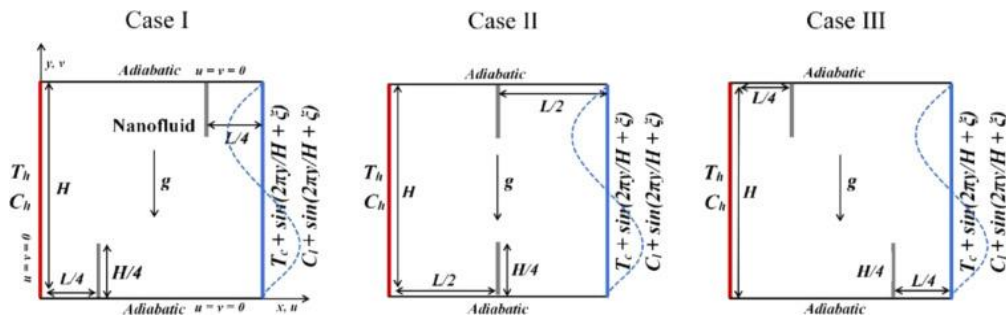


Figure 1.7: Modèle physique du problème et ses coordonnées.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté :

- Des notions sur le transfert de chaleur.
- Des définitions sur les milieux poreux.
- Les paramètres et les caractérisations d'écoulement en milieu poreux.
- La modélisation des transferts thermiques en milieu poreux.
- Une recherche bibliographique.

La géométrie et le modèle mathématique gouvernent notre phénomène physique est l'objectif du prochain chapitre.

Chapitre 2

Formulation Mathématique

2 Formulation mathématique

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, on a étudié une cavité chauffée et refroidie par des températures constantes. La géométrie considérée et les conditions aux limites appropriées sont présentées, ainsi que les équations modélisant le problème traité dans ce mémoire.

Ces équations mettent en évidence le comportement des écoulements et des transferts dans les milieux poreux en convection libre. Elles sont basées selon les lois physiques de conservation de masse (continuité), de quantité de mouvement (Navier-Stokes) et d'énergie.

2.2 Modèle physique

La configuration à étudier et les conditions aux limites appropriées sont illustrées dans le Figures (2.1).

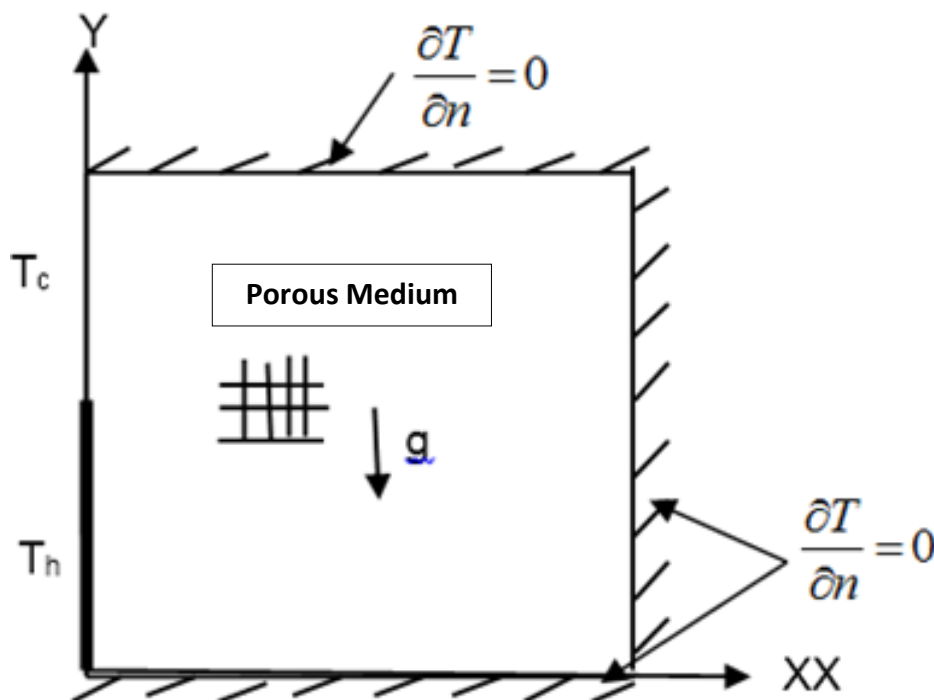


Figure 2.1: La configuration à étudier

2.3 Hypothèses

Les hypothèses retenues dans notre étude sont les suivantes :

- L'écoulement est stationnaire.
- La matrice poreuse est isotrope et homogène.
- Le fluide saturant le milieu poreux est newtonien et incompressible.
- L'écoulement engendré est laminaire et bidimensionnel.
- Les dissipations visqueuses et le transfert de chaleur par rayonnement sont négligeables.
- Les propriétés physiques du fluide, excepté la densité, sont supposées constantes et évaluées à une température de référence. La densité est considérée comme constante dans tous les termes des équations de transfert sauf dans le terme gravitationnel, elle varie linéairement avec la température selon l'approximation de Boussinesq.

$$(\rho - \rho_0) \mathbf{g} = -\rho_0 \mathbf{g} \beta (T - T_0)$$

Où ρ_0 est la masse volumique de référence et β représentent le coefficient d'expansion thermique à pression constante.

2.4 Equations sous forme dimensionnelle

Les équations régissant l'écoulement et le transfert thermique dans la structure représentée par la figure 2.1 rapportées à un système de coordonnées cartésiennes sont données par :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{0} \quad (2.1)$$

- **Equation de la quantité de mouvement :**

Suivant x :

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} \right) = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\mathbf{v}}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}^2} \right) - \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{K}} \mathbf{u} \quad (2.2)$$

Suivant y :

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} \right) = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\mathbf{v}}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}^2} \right) - \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{K}} \mathbf{v} + \mathbf{g}\beta(\mathbf{T} - \mathbf{T}_c) \quad (2.3)$$

- **Equation d'énergie :**

$$\mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{y}} = \alpha_m \left(\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \mathbf{y}^2} \right) \quad (2.4)$$

$$(\rho c_p)_m = (1 - \varepsilon)(\rho c_p)_s + \varepsilon(\rho c_p)_f \quad (2.5)$$

$$\alpha_m = \frac{k_e}{(\rho c_p)_f} \quad (2.6)$$

α_m est la diffusivité thermique moyenne et k_e est la conductivité thermique globale du milieu poreux :

$$k_e = (1 - \varepsilon)k_s + \varepsilon k_f \quad (2.7)$$

2.5 Conditions aux limites sous forme dimensionnelle

2.5.1 Conditions de températures isothermes

- **Conditions aux limites :**

Sur toutes les parois les vitesses sont nulles :

$$\left. \begin{array}{l} u = v = 0 \text{ pour } x=0 \text{ et } x=1 \\ u = v = 0 \text{ pour } y=0 \text{ et } y=H \end{array} \right\} \quad (2.8)$$

Sur les parties actives des parois les températures sont constantes :

$$\left. \begin{array}{l} x=0, 0 < y < H/2 : T = T_H \\ x=0, H/2 < y < H : T = T_C \end{array} \right\} \quad (2.9)$$

2.6 Equations sous forme adimensionnelle

En introduisant les variables adimensionnelles suivantes respectivement pour la longueur, la vitesse, la pression, le temps, la température, le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy et le nombre de Prandtl

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad (U, V) = \frac{(u, v)L}{\alpha}, \quad P = \frac{\varepsilon^2 p L^2}{\rho_f \alpha^2},$$

(2.12)

$$\theta = \frac{T - T_{\text{ref}}}{\Delta T}, \quad Da = \frac{K}{L^2}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}.$$

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.10)$$

• **Equation de la quantité du mouvement :**

Suivant x

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial X} + \varepsilon \frac{Pr}{R_k} \nabla^2 U - \varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da} U \quad (2.11)$$

Suivant Y

$$\left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \varepsilon \frac{Pr}{R_k} \nabla^2 V - \varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da} V + \frac{\varepsilon^2}{R_k^2} Pr Ra \theta \quad (2.12)$$

$$R_k = \frac{k_e}{k_f} \quad (2.13)$$

R_k est le rapport de conductivité du milieu poreux et celle du fluide

et $Ra = \frac{g\beta(T_H - T_C)H^3}{\nu\alpha}$ est le nombre de Rayleigh.

• **Equation d'énergie :**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \nabla^2 \theta \quad (2.14)$$

2.7 Conditions aux limites sous forme adimensionnelle

▪ **Conditions aux limites**

Sur tous les murs les vitesses sont nulles :

$$\left. \begin{array}{l} U = V = 0 \text{ pour } X=0 \text{ et } X=1 \\ U = V = 0 \text{ pour } Y=0 \text{ et } y=1 \end{array} \right\} \quad (2.15)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{à } X=0, \quad 0 < Y < Ar/2 : \theta = 1 \\ \text{à } X=0, \quad 1/2 < Y < 1 : \theta = 0 \end{array} \right\} \quad (2.16)$$

Sur le reste des parois :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (2.17)$$

2.8 La Forme Générale des Equations de Conservation

Toutes les équations qui contrôlent ce problème, nous les collectons sous la forme conservative suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{U}\Phi) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{Y}}(\mathbf{V}\Phi)}_1 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}}\left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{X}}\right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{Y}}\left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{Y}}\right)}_2 + \underbrace{\mathbf{S}_\Phi}_3 \quad (2.18)$$

(2) représente le terme de transport de Φ par convection.

(3) représente la diffusion de Φ .

(4) représente le terme source. \mathbf{S}_Φ

Le tableau (2.1) suivant collecté les expressions de la variable dépendante Φ , du coefficient de diffusion Γ et du terme source \mathbf{S}_Φ

Tableau 2-1: Présentation des différentes quantités transportées et leurs termes de transport

Equation	Φ	Γ	A_Φ	\mathbf{S}_Φ
Continuité	1	0	0	0
Quantité de mouvement suivant OX	U	$\epsilon \text{Pr} / R_k$	ϵ	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \epsilon^2 \frac{\text{Pr}}{R_k \text{Da}} U$
Quantité de mouvement suivant OY	V	$\epsilon \text{Pr} / R_k$	ϵ	$-\frac{\partial P}{\partial Y} - \epsilon^2 \frac{\text{Pr}}{R_k \text{Da}} V + \frac{\epsilon^2}{R_k^2} \text{Pr} \text{Ra} \theta$
Energie	θ	1	0	0

2.9 Calcul du nombre de Nusselt

Dans le domaine de l'ingénierie, la connaissance des quantités de chaleur, échangées ou transférées, est d'un intérêt évident pour le dimensionnement des systèmes sièges d'échanges thermiques. Le groupement adimensionnel traduisant ces échanges est le nombre de Nusselt.

Le nombre de Nusselt est utilisé comme outil pour déterminer le rapport du transfert de chaleur par convection au transfert de chaleur par conduction dans l'enceinte poreuse.

$$\text{Nu} = \frac{h}{L \lambda}$$

Les paramètres de contrôle du problème sont définis comme suit :

2.9.1 Nombre de Rayleigh

Le nombre de Rayleigh est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides et caractérisant le transfert de chaleur au sein d'un fluide. On peut définir le nombre de Rayleigh comme le produit du nombre de Grashof, reliant les effets de la force gravifique à la viscosité du fluide, et du nombre de Prandtl ou $\text{Ra} = \frac{g\beta(T_H - T_C)H^3}{\nu\alpha}$

2.10 Lignes de courant

La formulation en variable ψ permet le traçage direct des courbes caractérisées par ψ égale à une constante. Cette dernière caractérise les lignes de courant qui apportent de précieuses informations quant à la structure de l'écoulement.

Les composantes de la vitesse adimensionnelle sont liées à la fonction de courant par :

$$\mathbf{U} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \mathbf{V} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.19)$$

2.11 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le modèle physique considéré ainsi que les équations qui régissent le phénomène de la convection naturelle en régime laminaire et stationnaire, dans un milieu poreux saturé et confiné dans une cavité rectangulaire, avec des conditions aux limites thermiques appropriées au problème considéré.

CHAPITRE 3

Modèle Numérique

3 Modèle Numérique

3.1 Introduction

Les équations de la convection qui régissent la convection naturelle dans les cavités poreuses, présentées dans le chapitre 2, sont tellement couplées et non linéaires qu'il est pratiquement impossible de les résoudre analytiquement. Ces équations peuvent être résolues numériquement tout en les transformant par une méthode de discrétisation, en un système d'équations algébriques linéaires. Par la suite ce dernier sera résolu en utilisant soit des méthodes directes ou itératives.

La méthode choisie pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles est celle des volumes finis. **Makhloufi [2]**.

3.2 Maillage

Le domaine physique est discrétisé en un domaine de calcul suivant un maillage intercalé, dans les deux directions, horizontale et verticale, figure 3.1.

Le maillage dit intercalé (staggered grid) consiste à stocker les variables dépendantes scalaires pression et température aux nœuds centrales 'P' du maillage, et les variables dépendantes vectorielles (composantes de vitesse U , V) aux faces des volumes de contrôle, c'est à dire aux milieux des segments reliant les nœuds, figure 3.2. Ce type de maillage permet une meilleure estimation des flux convectifs, et une bonne estimation de la force de pression dans l'équation de quantité de mouvement. Les frontières du domaine coïncident avec les faces des volumes de contrôle, ce qui facilite l'incorporation des conditions aux limites.

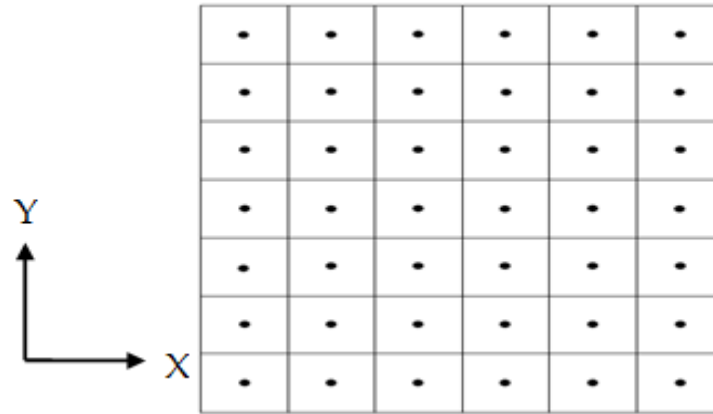


Figure 3.1: Discretisation du domaine de calcul.

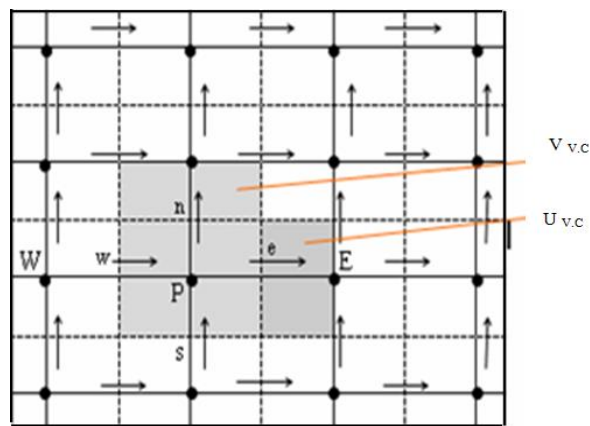


Figure 3.2: Stockage des variables scalaires et des composantes de vitesse

- : La variable scalaire P stockée aux nœuds du maillage.
- : La vitesse U stockée sur la face est du volume de contrôle associée à la variable scalaire.
- ↑ : La vitesse stockée sur la face nord du volume de contrôle associée à la variable scalaire.

3.3 Discrétisation des équations de transport

L'équation généralisée de transport d'une variable indépendante φ c'écrite de la manière suivante

$$A_{\varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) = S_{\Phi} \quad (3.1)$$

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (3.1) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle.

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^w \left(A_{\varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) \right) dx dy dt}_I = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^w S_{\Phi} dx dy dt}_{II} \quad (3.2)$$

Pour pouvoir approximer l'équation (3.2) sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variation de la variable généralisée Φ est linéaire entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- Les composantes de vitesse U et V dans les deux directions sont évalués sur chaque face du volume de contrôle.

3.3.1 Intégration du flux total

L'intégration du terme I (terme convectif et diffusif) de l'équation (3.2) pour tout le volume de contrôle est sous la forme :

$$I = (\Phi_p^{n+1} - \Phi_p^n) A_{\Phi} \Delta v + (J_e \cdot a_e - J_w \cdot a_w) \Delta t + (J_n \cdot a_n - J_s \cdot a_s) \Delta t \quad (3.3)$$

Sachant que les grandeurs, a_e , a_w , a_n , a_s représentent respectivement les aires est, ouest, nord et sud des faces du volume de contrôle associées à la variable généralisée Φ .

$$\left. \begin{aligned}
 a_e &= \int_s^n (dy)_e \\
 a_w &= \int_s^n (dy)_w \\
 a_n &= \int_w^e (dX)_n \\
 a_s &= \int_w^e (dX)_s
 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Les termes J_e, J_w, J_n, J_s sont les flux traversant les faces est, ouest, nord, et sud de volume de contrôle. Ces flux s'expriment comme suit :

$$\left. \begin{aligned}
 J_e &= (U\Phi)_e - \left(\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_e \\
 J_w &= (U\Phi)_w - \left(\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_w \\
 J_n &= (V\Phi)_n - \left(\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_n \\
 J_s &= (V\Phi)_s - \left(\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_s
 \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

3.3.2 Intégration du terme source

L'intégration du terme Π (terme de la source) de l'équation (3.2) pour tout le volume de contrôle est sous la forme :

$$\Pi = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\Phi dx dy dt = \bar{S}_\Phi \Delta V \Delta t \quad (3.6)$$

La formule de linéarisation pour linéaires ce terme source peut s'écrire comme suit :

$$\bar{S}_\Phi = (S_C + S_P \Phi_p) \quad (3.7)$$

Où S_c est la partie constante qui ne dépend pas de Φ_p , et S_p est le coefficient de Φ_p .

Donc l'équation (3.2) peut s'écrire sous la forme suivant :

$$(\Phi_p^{n+1} - \Phi_p^n) A_\Phi \Delta v + (J_e \cdot a_e - J_w \cdot a_w) \Delta t + (J_n \cdot a_n - J_s \cdot a_s) \Delta t = \bar{S}_\Phi \Delta V \Delta t \quad (3.8)$$

3.4 Discrétisation de l'équation de continuité

Pour $\Phi_p = 1$ et $\bar{s}_\Phi = 0$ l'équation (3.6) devient :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.9)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= (ua)_e \\ F_w &= (ua)_w \\ F_n &= (va)_n \\ F_s &= (va)_s \end{aligned} \right\}$$

F_e, F_w, F_n et F_s sont les flux convectifs à travers les faces, e, w, n et s du volume de contrôle.

3.5 Discrétisation finale des équations de conservation

En multipliant l'équation (3.9) par Φ_p^{n+1} et en la soustrayant de l'équation(3.8) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{A_\Phi \Delta V}{\Delta t} (\Phi_p^{n+1} - \Phi_p^n) + \left(J_e \cdot a_e - F_e \Phi_p^{n+1} \right) - \left(J_w \cdot a_w - F_w \Phi_p^{n+1} \right) + \\ \left(J_n \cdot a_n - F_n \Phi_p^{n+1} \right) - \left(J_s \cdot a_s - F_s \Phi_p^{n+1} \right) = \bar{S}_\Phi \Delta V \end{aligned} \quad (3.10)$$

A partir de l'équation (3.10) toutes les équations de conservation peuvent être mise sous la forme :

$$A_P \Phi_P^{n+1} = A_E \Phi_E^{n+1} + A_W \Phi_W^{n+1} + A_N \Phi_N^{n+1} + A_S \Phi_S^{n+1} + S \quad (3.11)$$

Où l'exposant (n+1) désigne l'instant (t+Δt).

$$\left. \begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_P^n - S_P \Delta V \quad (3.12.a)$$

$$A_P^n = \frac{A_\Phi \Delta V}{\Delta t} \quad (3.12.b)$$

Avec A_P , A_E , A_W , A_N et A_S sont respectivement les coefficients correspondants aux nœuds : Central (point P), Est, Ouest, Nord et Sud du volume de contrôle. Les coefficients de diffusion D_i (e, w, n, s) sont donnés sous cette forme :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \Gamma_e \frac{a_e}{(\delta x)_e} \\ D_n &= \Gamma_n \frac{a_n}{(\delta y)_n} \\ D_w &= \Gamma_w \frac{a_w}{(\delta x)_w} \\ D_s &= \Gamma_s \frac{a_s}{(\delta y)_s} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Les nombres de Peclet P_i ($i = e, w, n, s$) sont définis par :

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ P_s &= \frac{F_s}{D_s} \\ P_n &= \frac{F_n}{D_n} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

3.5.1 Schémas de discrétisation

Après intégration des équations, un schéma de discrétisation doit être choisi pour approximer la variable généralisée Φ sur les interfaces du volume de contrôle. Le schéma de discrétisation choisi, la fonction $A(|P_i|)$. Il existe différents schémas de discrétisation proposés par **Patankar [18]**. Les schémas les plus utilisés sont :

- Schéma aux différences centrées $A(|P_i|) = 1 - 0.5|P_i|$
- Schéma Upwind $A(|P_i|) = 1$
- Schéma Hybrid $A(|P_i|) = \max(0.1 - 0.5|P_i|)$
- Schéma Power-law $A(|P_i|) = \max\left[0, (1 - 0.1|P_i|)^5\right]$

- Schéma exponentiel $A(|P_i|) = \frac{|P_i|}{\exp|P_i| - 1}$ (3.15)

Notre choix a été fixé sur le schéma Upwind qui est appliqué pour les écoulements convectifs suivant le sens d'écoulement, le schéma Upwind affecte à la variable Φ sur la face du volume de contrôle sa valeur sur le nœud en amont. Il est inconditionnellement stable **Ferziger [19]**.

3.5.2 Discrétisation des termes sources

Tableau 3-1: Discrétisation des termes sources

	La composante non discrétise le terme source	L'intégration du terme source dans le volume de contrôle correspondant
Le terme source pour la composante U de la vitesse	$S^U = S_C^U + S_P^U U_p$ $S_P^U = -\varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da}$ $S_C^U = -\frac{\partial P}{\partial X}$	$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \left[-\frac{\partial P}{\partial X} - \varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da} U \right] dx dy dt = \left[\frac{(P_p - P_e)}{\Delta x_p} - \varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da} U \right] \Delta V \Delta t$
Le terme source pour la composante v de la vitesse	$S^V = S_C^V + S_P^V V_p$ $S_P^V = -\varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da}$ $S_C^V = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\varepsilon^2}{R_k^2} Pr Ra \theta$	$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \left[-\frac{\partial P}{\partial Y} - \varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da} V + \frac{\varepsilon^2}{R_k^2} Pr Ra \theta \right] dx dy dt =$ $\left[\frac{(P_p - P_n)}{\Delta x_p} - \varepsilon^2 \frac{Pr}{R_k Da} V + \frac{\varepsilon^2}{R_k^2} Pr Ra \theta \right] \Delta V \Delta t$

3.5.3 Algorithme SIMPLE

Algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) a été adopté dans cette étude pour sa simplicité et son efficacité sur la stabilité de la solution.

L'idée générale de cet algorithme est de corriger la pression ainsi que les composantes de la vitesse afin que ces variables vérifiant les équations de quantité de mouvement et vérifiant également l'équation de continuité. Il en résulte un processus itératif qui est intégré au sein de la résolution générale des équations discrétisées.

Ceci est corrigé d'une manière continue en se référant aux résiduels de masses locales qui sont employés pour orienter le champ de pression vers le niveau correct. La stabilité de cet ordre itératif se base largement sur la rétention d'un couplage fort entre les perturbations dans le gradient de pression et les perturbations de vitesse.

L'équation de mouvements discrétisée :

$$\left. \begin{aligned} A_n U_n^* &= \sum A_i U_i^* + (P_P^* - P_N^*) a_n + b \\ A_s U_s^* &= \sum A_i U_i^* + (P_S^* - P_P^*) a_s + b \\ A_e V_e^* &= \sum A_i V_i^* + (P_P^* - P_E^*) a_e + b \\ A_w V_w^* &= \sum A_i V_i^* + (P_W^* - P_P^*) a_w + b \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

b : Contient tous les termes sources sauf ceux de la pression

i : Représente l'indice des points autour n, s, e, w .

L'indice * sur U, V et P désigne que ces derniers sont obtenus en utilisant des champs estimés de vitesses et de pression.

Comme les vitesses obtenues des équations (3.16) ne satisfont pas l'équation de continuité pour chaque volume de contrôle, des corrections de pression P' et des vitesses, U', V' sont ensuite apportées à ces champs afin que les nouveaux champs P, U, V , soient les champs qui vérifient à la fois les équations de la quantité de mouvement et l'équation de continuité.

$$P = P^* + P' \quad , \quad U = U^* + U' \quad \text{et} \quad V = V^* + V' \quad (3.17)$$

Donc :

$$\left. \begin{aligned} U_n &= U_n^* + U'_n \\ U_s &= U_s^* + U'_s \\ V_e &= V_e^* + V'_e \\ V_w &= V_w^* + V'_w \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Ces nouvelles valeurs P, U, V, sont alors réintégrées dans les équations de la quantité de mouvement (3.19), ce qui permet d'obtenir :

$$\left. \begin{aligned} A_n (U_n^* + U'_n) &= \sum A_i (U_i^* + U'_i) + (P_p^* + P'_p - P_N^* - P'_N) a_n + b \\ A_s (U_s^* + U'_s) &= \sum A_i (U_i^* + U'_i) + (P_s^* + P'_s - P_p^* - P'_p) a_s + b \\ A_e (V_e^* + V'_e) &= \sum A_i (V_i^* + V'_i) + (P_p^* + P'_p - P_E^* - P'_E) a_e + b \\ A_w (V_w^* + V'_w) &= \sum A_i (V_i^* + V'_i) + (P_w^* + P'_w - P_p^* - P'_p) a_w + b \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

La soustraction des équations des valeurs estimées (3.16) de celles des valeurs corrigées (3.19) donne :

$$\left. \begin{aligned} A_n U'_n &= \sum A_i U'_i + (P'_p - P'_N) a_n \\ A_s U'_s &= \sum A_i U'_i + (P'_s - P'_p) a_s \\ A_e V'_e &= \sum A_i V'_i + (P'_p - P'_E) a_e \\ A_w V'_w &= \sum A_i V'_i + (P'_w - P'_p) a_w \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

En négligeant les termes $\sum A_i U'_i$ et $\sum A_i V'_i$, on obtient :

$$\left. \begin{aligned}
 A_n U'_n &= (P'_p - P'_N) a_n \\
 A_s U'_s &= (P'_s - P'_p) a_s \\
 A_e V'_e &= (P'_p - P'_E) a_e \\
 A_w V'_w &= (P'_w - P'_p) a_w
 \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

Posons

$$d_n = \frac{a_n}{A_n}, \quad d_s = \frac{a_s}{A_s}, \quad d_e = \frac{a_e}{A_e} \quad \text{et} \quad d_w = \frac{a_w}{A_w} \quad (3.22)$$

D'où les champs des vitesses seront corrigés par les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
 U_n &= U_n^* + d_n (P'_p - P'_N) \\
 U_s &= U_s^* + d_s (P'_s - P'_p) \\
 V_e &= V_e^* + d_e (P'_p - P'_E) \\
 V_w &= V_w^* + d_w (P'_p - P'_w)
 \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

On introduit les expressions (3.23) dans l'équation de continuité discrétisée, on aboutit à l'équation de correction de pression suivante :

$$A_p P'_p = A_E P'_E + A_W P'_W + A_N P'_N + A_S P'_S + b_{p'} \quad (3.24)$$

24)

$$\left. \begin{aligned}
 A_p &= A_E + A_W + A_N + A_S \\
 A_E &= d_e \Delta Y & A_W &= d_w \Delta Y \\
 A_N &= d_n \Delta X & A_S &= d_s \Delta X \\
 b_{p'} &= (U_w^* - U_e^*) \Delta Y + (V_s^* - V_n^*) \Delta X
 \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

3.5.4 Séquences de l'algorithme SIMPLE »

1. Estimer tous les champs, les composantes de vitesse U^* et V^* , la pression P^* .
2. Résoudre les équations de quantité de mouvement et fournir les composantes de vitesse U^* et V^* .
3. Résoudre l'équation de correction de pression P' .
4. Corriger la pression $P = P^* + P'$
5. Corriger les champs de vitesses U et V en utilisant les formules de correction.
6. Résoudre les autres équations du problème, telle que l'équation de la température.
7. Remplacer les anciens champs de vitesses et de pression par les nouveaux et revenir à l'étape 2.
8. Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.

L'ensemble de ces étapes est récapitulé dans l'organigramme illustré dans la figure (3.3).

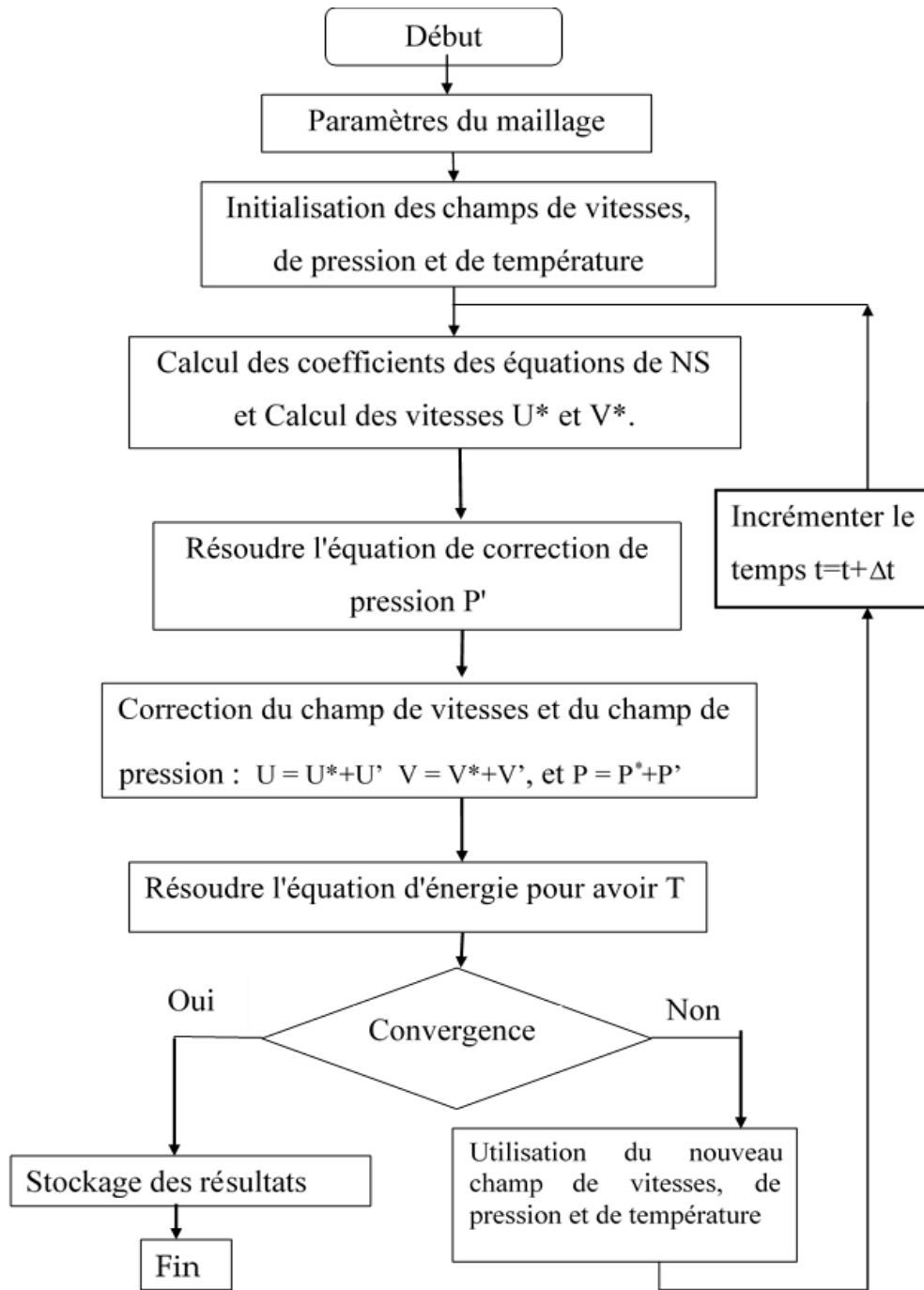


Figure 3.3: Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLE

Pour la simulation, nous avons utilisé Ansys-Fluent version 19.2 qui est l'un des codes de calcul les plus performants dans le domaine de la CFD (Computational Fluid Dynamics). Pour le couplage vitesse-pressure, nous avons opté pour l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations).

Les figures 3.4 à 3.7 montrent quelques étapes de calcul.

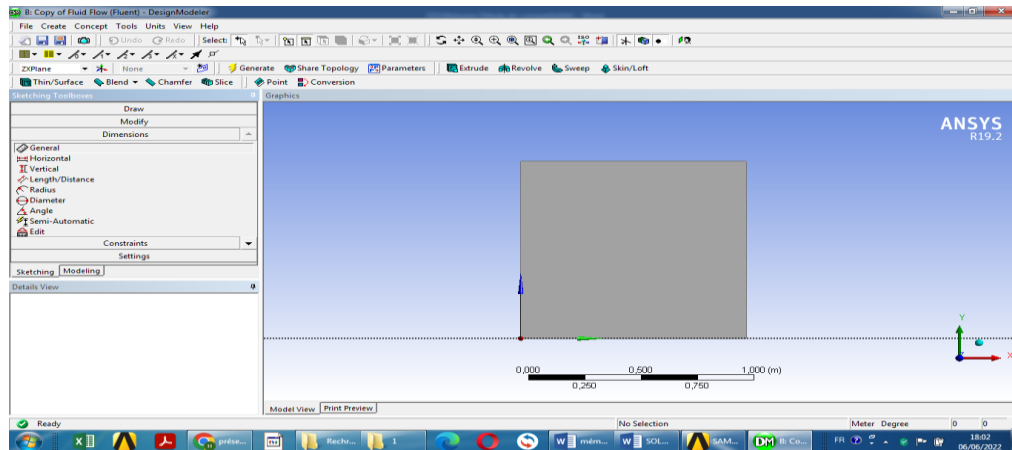


Figure 3.4 : Réalisation de géométrie

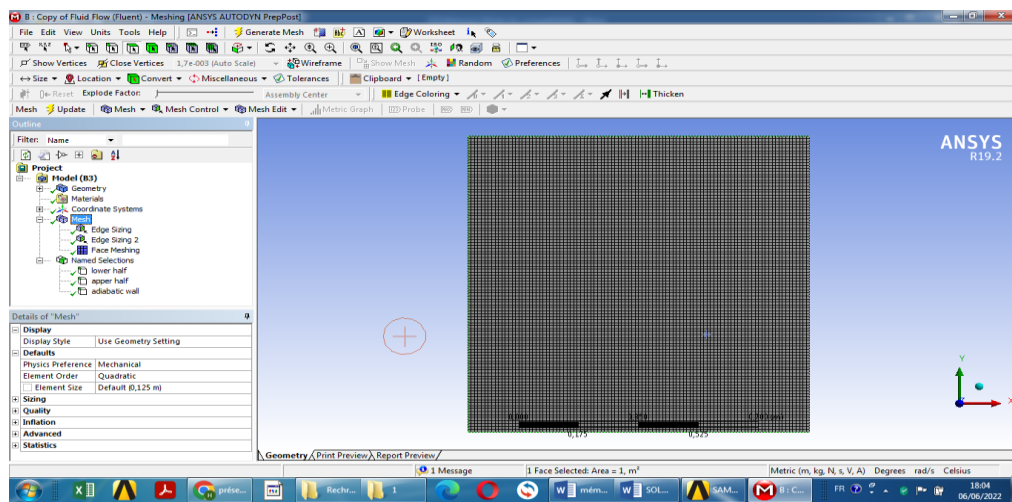


Figure 3.5 : Réalisation du maillage

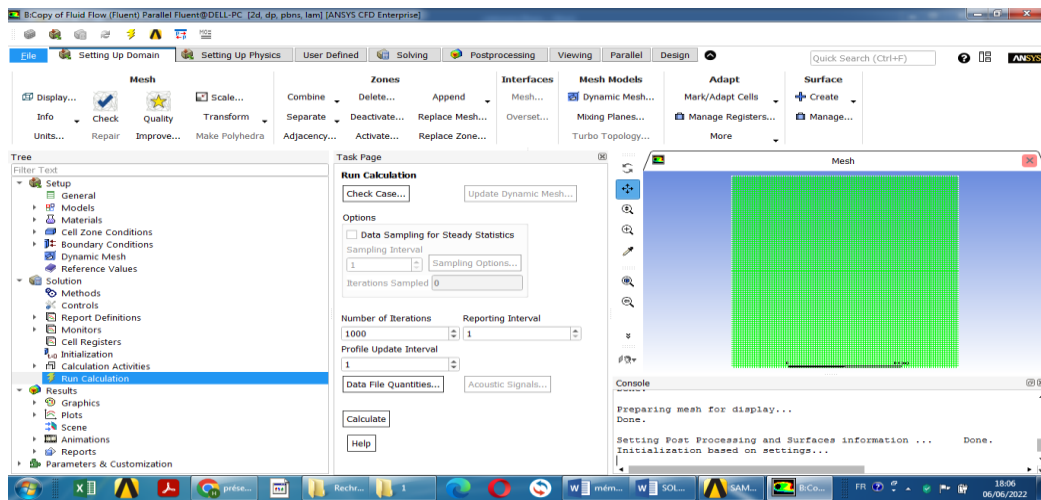


Figure 3.6 : Exécution du calculs

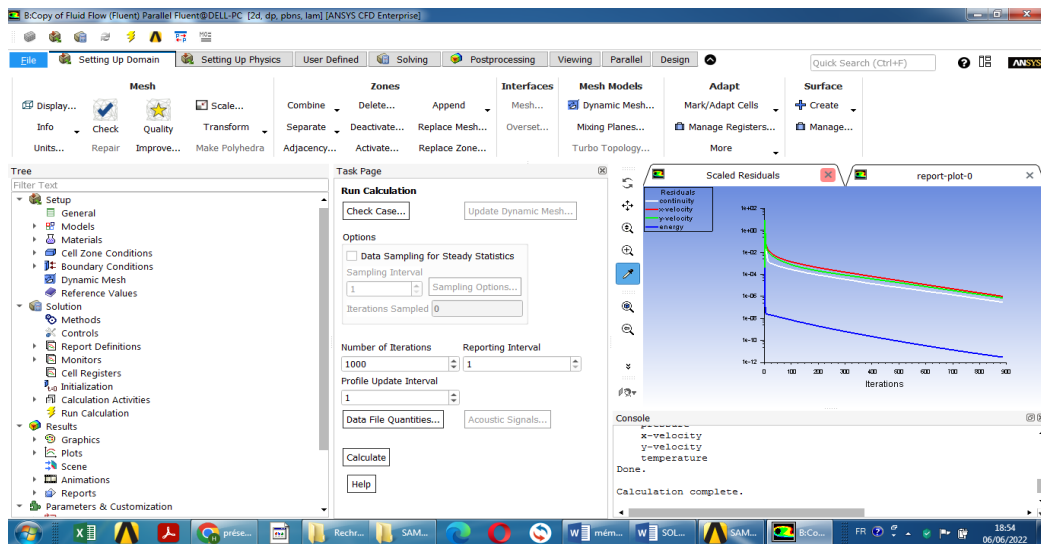


Figure 3.7 : Evolution des résidus en fonction de nombre d'itérations

3.6 Conclusion

La méthode des volumes finis est adoptée pour discrétiser les équations gouvernantes modélisant ainsi numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur dans les cavités en étude. Nous avons présenté les étapes du code de calcul réalisé en Ansys selon l'algorithme SIMPLE, les paramètres de contrôle de la convergence et ainsi que la méthode de résolution des équations algébriques.

Les résultats effectués par ce programme sont présentés dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 4

Résultats et discussions

4 Résultats et discussions

4.1 Introduction

Les résultats obtenus au cours de cette étude sont présentés dans ce chapitre. On traite le cas d'une cavité poreuse partiellement chauffée et refroidie par des températures constantes. On examine l'influence des paramètres contrôlant la convection, le nombre de Rayleigh Ra et le nombre de Darcy Da , sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

4.2 Effet du maillage

Pour la simulation numérique nous avons utilisé Ansys-Fluent version 19.2, qui est l'un des codes de calcul les plus performants dans le domaine de la CFD (Computational Fluid Dynamics). la précision des résultats et leurs temps de calcul ont une forte relation avec le choix du maillage. Un maillage non uniforme dans les deux directions est adopté. Il est plus raffiné dans les régions où les variations de températures sont relativement importantes. Dans le but d'examiner l'effet du maillage sur la solution numérique, trois maillages ont été considérés : 101 x 101 nœuds, 111x111 nœuds et 121x121 nœuds. En augmentant la taille du maillage de 104x104 nœuds à 121x121 nœuds, le changement enregistré dans les valeurs calculées est inférieur à 0.6% (voir tableau 4.1). Après avoir exécuté les tests de l'indépendance entre la solution numérique et le maillage, le troisième maillage 111x111noeuds a été choisi pour achever tous les calculs. Ce maillage donne également le meilleur compromis entre le temps de calcul et la précision des calculs.

Tableau 4-1:Effet du maillage sur les valeurs de (Nu , ψ_{\max} et V_{\max}) pour $Ra=10^5$, $Da=0.1$ et $\varepsilon=0.6$

Maillage	101x101	111x111	121x121	Différence %
$ \psi_{\max} $	11.781	11.784	11.796	< 0.4
V_{\max}	66.983	66.953	66.937	< 0.6
Nu	2.717	2.722	2.731	<0.5

4.3 Validation du code de calcul

Une validation de notre simulation numérique a été faite par une comparaison quantitative entre nos résultats obtenus et des différentes solutions de références disponibles dans la littérature. Le tableau 4.2 montre les comparaisons du nombre de Nusselt moyen avec les résultats de **Haghshenas et al. [20]**, **Nithiarasu et al. [21]** et **Seta et al. [22]** pour un écoulement laminaire dans une cavité poreuse dont les parois verticales sont soumises à des températures différentes et constantes.

Les comparaisons ont été faites pour un rapport d'aspect $Ar = 1$, le milieu poreux a un nombre de Darcy $Da = 0.01$ et le fluide circulant a un nombre de Prandtl $Pr = 1$.

D'après la figure 4.1, on peut également observer l'accord presque parfait entre les résultats obtenus et ceux de la littérature consultée.

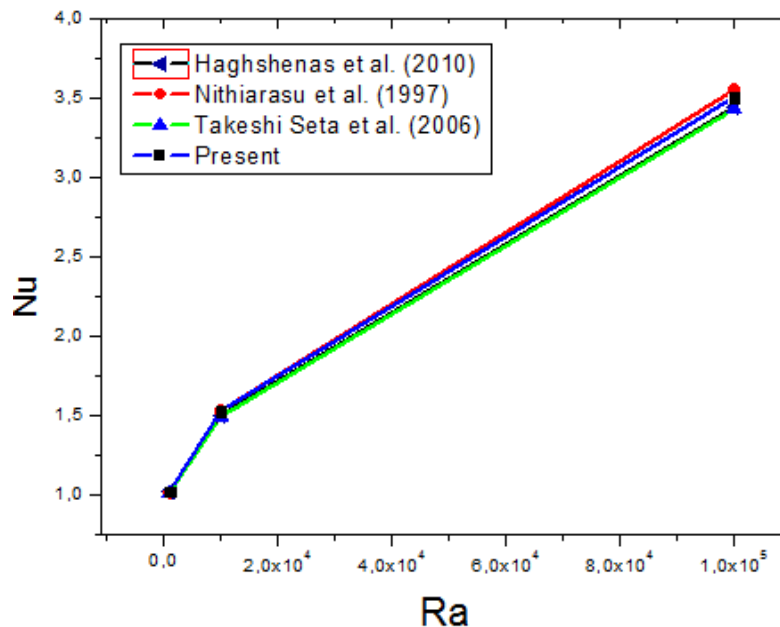


Figure 4.1: Comparaison entre nos résultats avec ceux de la littérature pour $Da=0.01$ et

$$\varepsilon=0.6$$

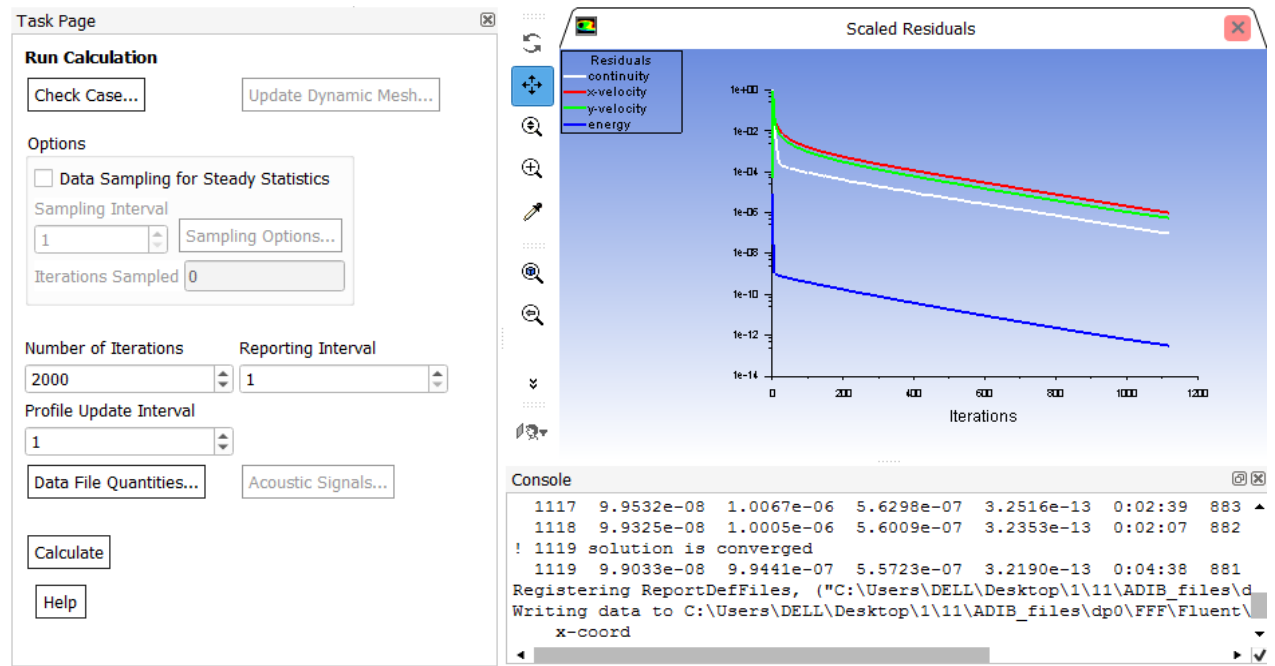


Figure 4.2 : Evolution des résidus et la convergence

4.3.1 Effet du nombre de Rayleigh

Les résultats de la figure 4.3 illustrent l'effet du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement. L'évolution des lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh montre que pour les faibles valeurs de Ra , la force de circulation est faible à cause de la domination de la conduction dans la cavité. En augmentant le nombre de Rayleigh, la circulation entraînée par la flottabilité à l'intérieur de la cavité augmente dans cette même figure on peut distinguer que l'écoulement est défini par deux cellules à double circulation. Ces cellules sont formées dans différentes directions de rotation, la cellule de la moitié supérieure tourne dans le sens antihoraire, mais la cellule de la moitié inférieure tourne dans le sens des horaires. Les valeurs des lignes de courant sont augmentées avec le nombre croissant de Rayleigh. De plus, les isothermes sont compressés sur la paroi verticale gauche

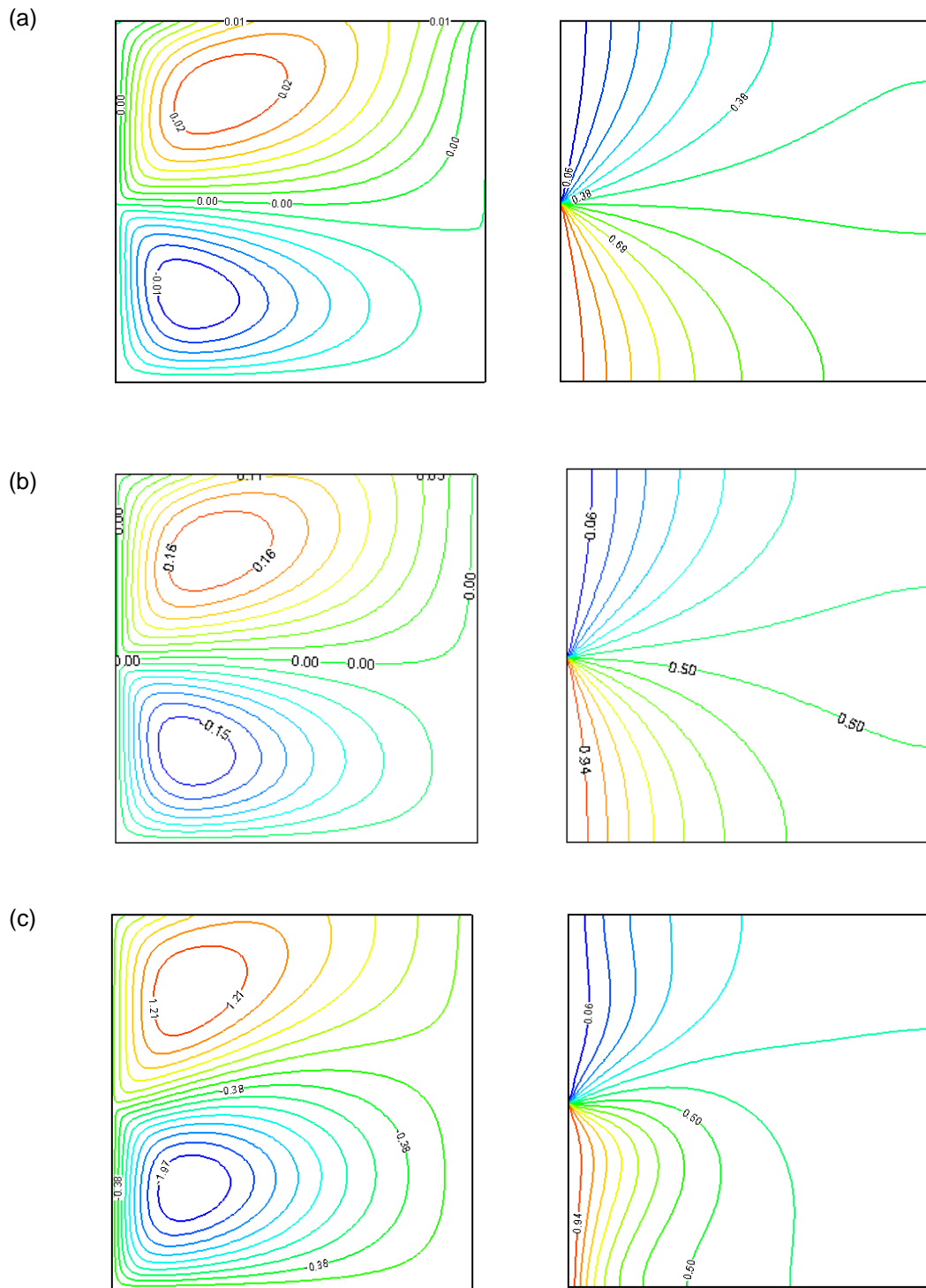


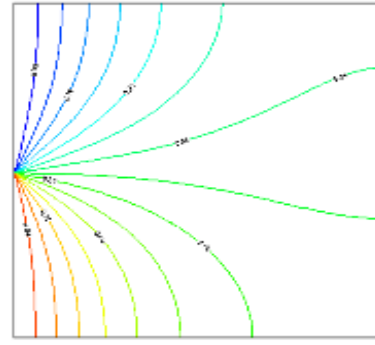
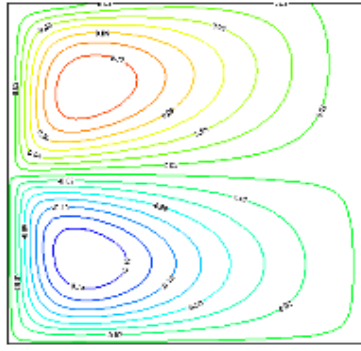
Figure 4.3 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Da = 10^{-5}$ et pour différents nombres de Rayleigh (a) $Ra = 10^5$ and (b) $Ra = 10^6$ et (c) $Ra = 10^7$

4.3.2 Effet du nombre de Darcy

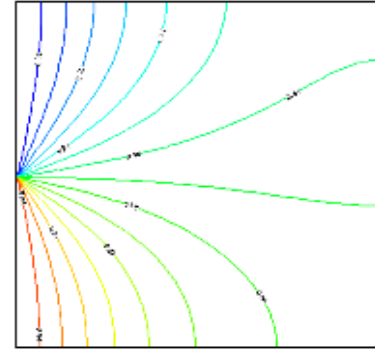
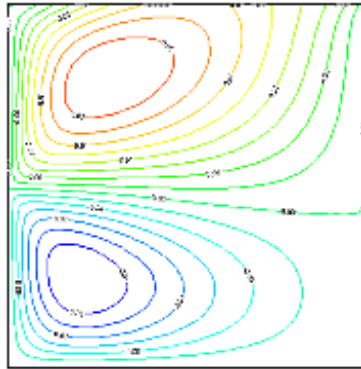
Les Figures (4.4 et 4.5) montrent l'effet de nombre de Darcy ($Da = 10^{-7}$ à 10^{-4}) sur le transfert thermique pour différents nombres de Rayleigh $Ra = 10^6$ et 10^7 . D'après cette figure, nous constatons que l'augmentation du nombre de Darcy a pour effet d'augmenter la force de l'écoulement.

Pour les lignes de courant, on peut distinguer que des cellules à double circulation se sont formées dans deux différentes directions de rotation. La cellule inférieure commence à être réduite en diminuant le nombre de Darcy et le nombre de Rayleigh voire figures (4.4 et 4.5)

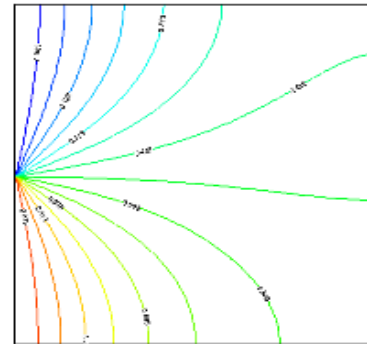
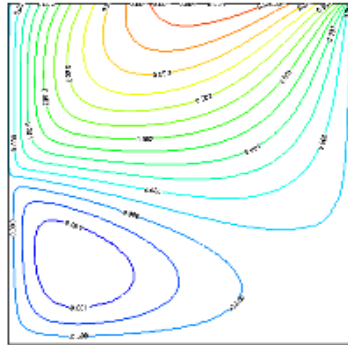
Les valeurs des lignes de courant sont augmentées avec le nombre croissant de Darcy et les magnitudes des cellules s'étendent près du mur droit. De plus, les isothermes sont comprimés vers la paroi verticale gauche.



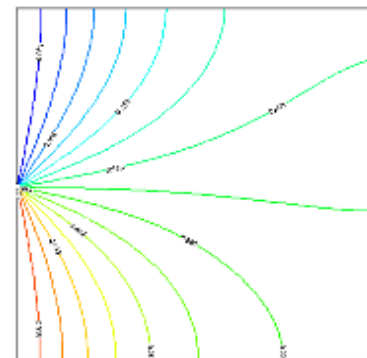
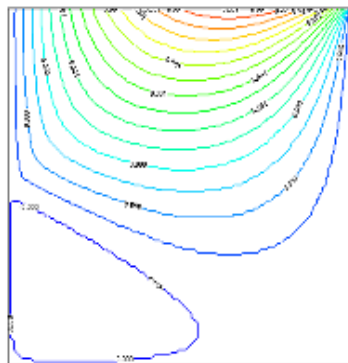
$Da=10^{-4}$



$Da=10^{-5}$



$Da=10^{-6}$



$Da=10^{-7}$

Figure 4.4 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Ra= 10^6$

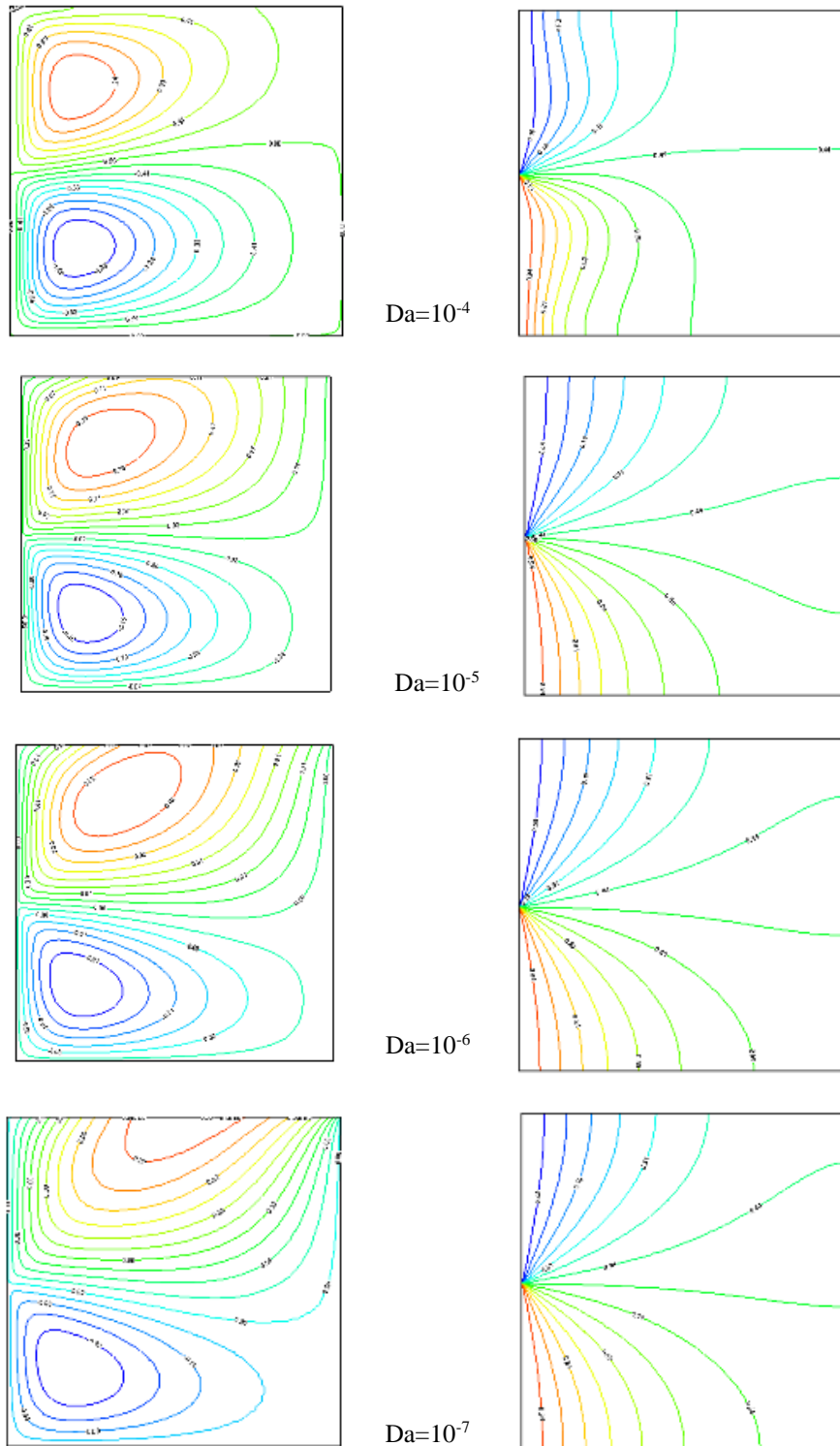


Figure 4.5 : Lignes de courant (gauche) et température (droite), pour $Ra = 10^7$

L'influence du nombre de Rayleigh Ra sur les taux locaux de transfert de chaleur (Nu_L) est représentée sur les figures 4.6 (a)-(b). On observe que le taux de transfert thermique local Nu_L augmente à mesure que le nombre de Rayleigh (Ra) augmente.

La figure 4.7 montre la Variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Rayleigh pour $Da=10^{-5}$ et $Da=10^{-6}$. On peut voir dans cette figure que le mode de transfert de chaleur dans la cavité poreuse est la conduction.

La figure 4.8 montre la variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Rayleigh Le taux moyen de transfert de chaleur Nu augmente avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh (Ra). Lorsque d'autres paramètres sont fixés, l'augmentation de Ra implique l'amélioration de la force de flottabilité thermique, qui à son tour augmente la convection thermique dans la cavité. Par conséquent, le taux de transfert de chaleur et moyen devrait augmenter.

On peut conclure que le mode de transfert de chaleur est principalement dû à la conduction pour des nombres de Darcy faibles $Da \leq 10^{-3}$ et le régime de convection devient dominant à $Da > 10^{-3}$ et $Ra \geq 10^7$.

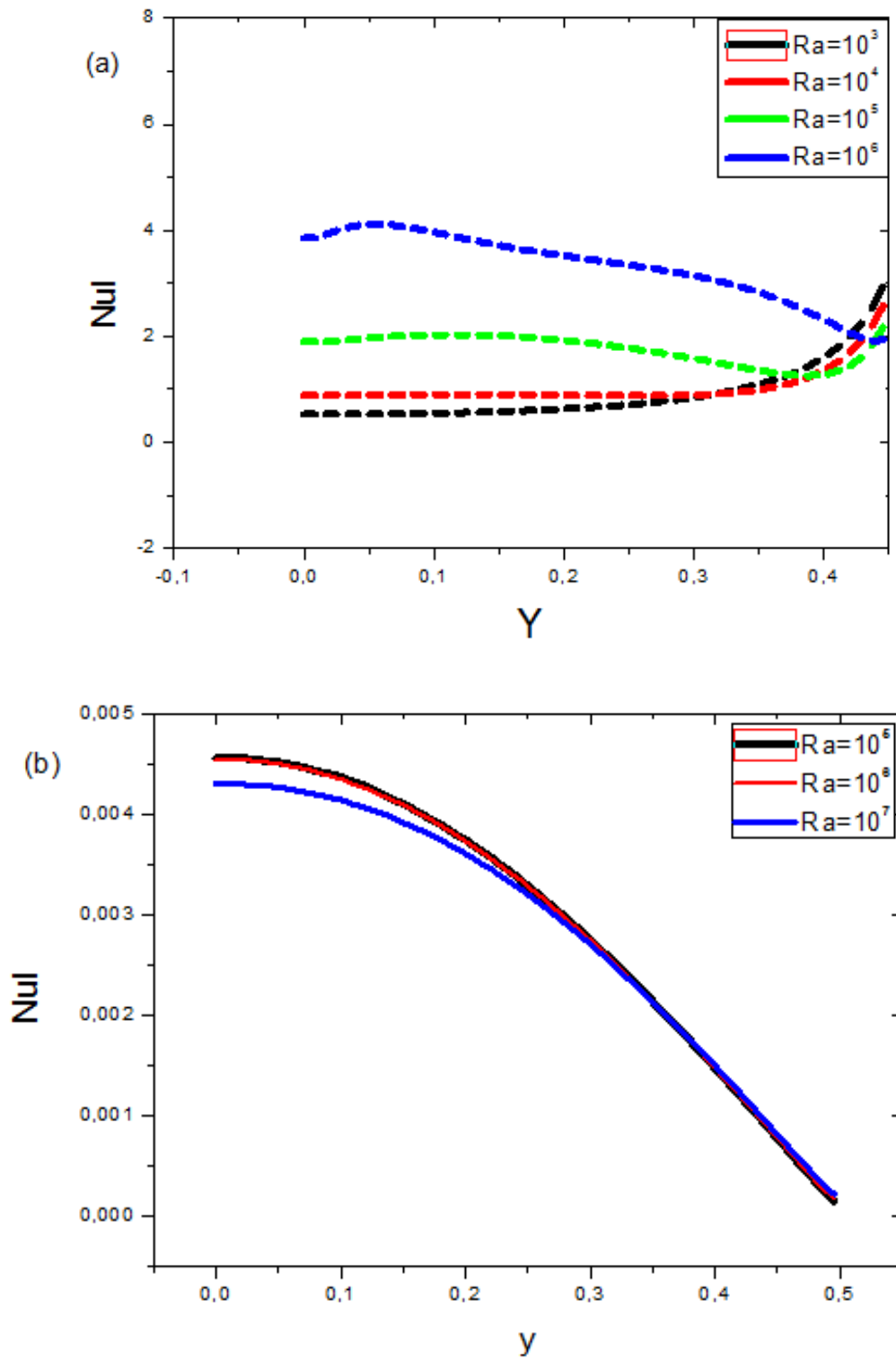


Figure 4.6 : Variation du nombre de Nusselt local avec les différentes valeurs de Ra pour :

(a) $Da=10^{-1}$, (b) $Da=10^{-6}$

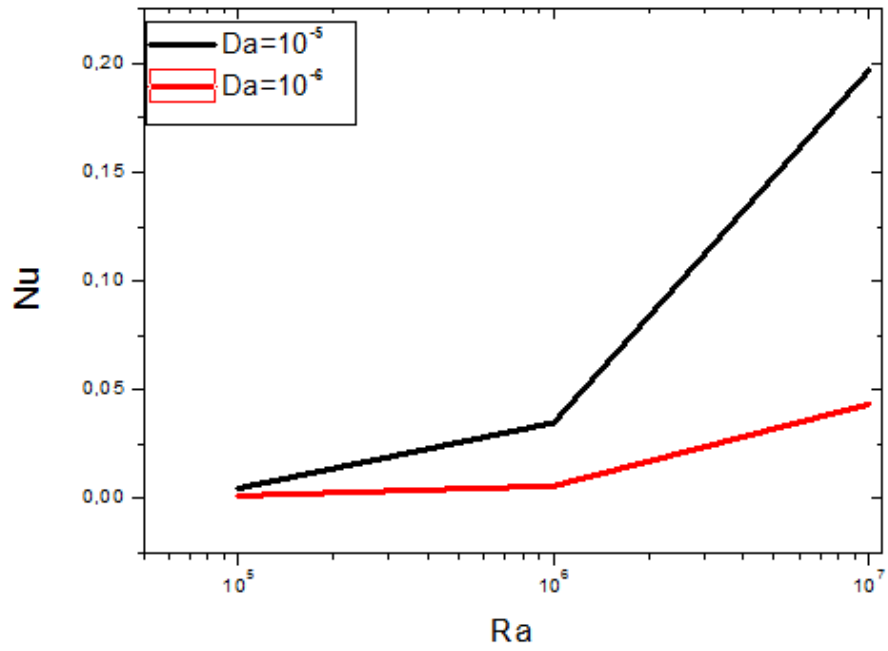


Figure 4.7 : Variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Rayleigh pour $Da=10^{-5}$ et $Da=10^{-6}$

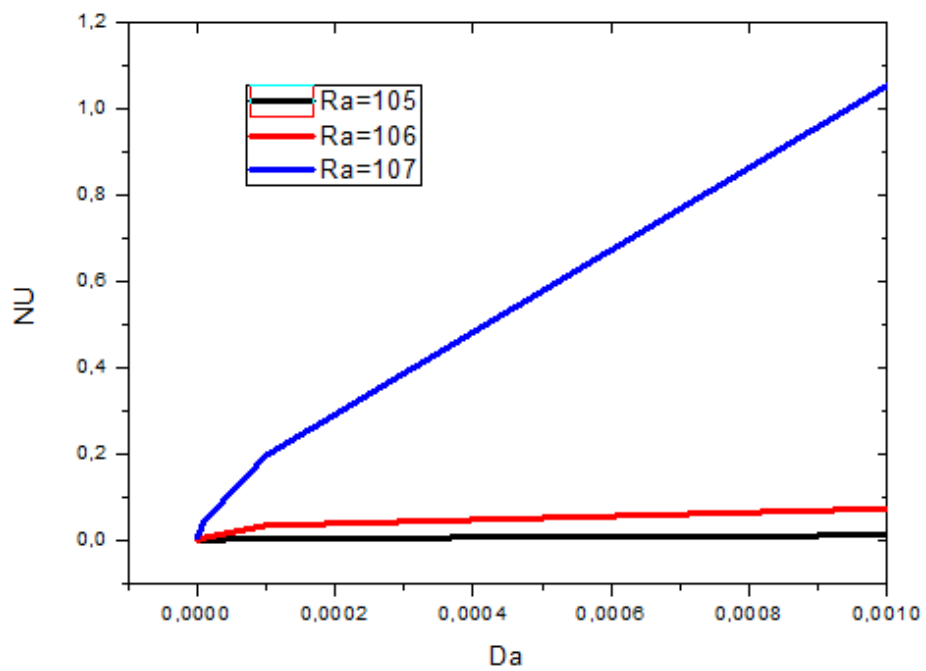


Figure 4.8 : Variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre de Rayleigh

4.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons étudié la convection naturelle bidimensionnelle dans une Cavité carré poreuse, chauffée et refroidie par des températures uniformes sur les deux moitiés de la paroi verticale gauche. L'objectif est d'étudier les effets des conditions aux limites sur le transfert de chaleur dans les cavités carrées poreuses.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, l'étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une cavité poreuse a été traitée. On s'est intéressé particulièrement à l'étude des écoulements et de transfert de chaleur, engendrés par la convection naturelle au sein d'une cavité carrée rempli d'un milieu poreux confinant un fluide Newtonien.

La convection a été lancée en imposant des températures aux frontières rigide et imperméable de l'enceinte. On a étudié la convection naturelle stationnaire dans une cavité poreuse carrée. Le flux est provoqué par le chauffage partiel constant, à la moitié inférieure de la paroi verticale gauche et le refroidissement partiel à la moitié supérieure de la même paroi. L'objectif est d'étudier l'efficacité des conditions aux limites thermiques sur les caractéristiques de flux et sur le rapport et les modes de transfert de chaleur.

Les principaux résultats obtenus peuvent être résumés comme suit :

- En général, l'augmentation de Da de 10^{-7} à 10^{-1} augmente la force d'écoulement dans la cavité. Depuis, l'augmentation de la perméabilité permet une plus grande force d'écoulement dans la cavité.
- À mesure que l'intensité de la source de chaleur, c.-à-d. le nombre de Rayleigh (Ra), augmente la force d'écoulement à l'intérieur de la cavité, en conséquence, l'ampleur de la fonction du courant ainsi que les taux de transfert de chaleur (nombres locaux et moyens de Nusselt)
- Le transfert de chaleur est principalement dû à la conduction à faible nombre de Darcy $Da < 10^{-3}$ et le régime de convection devient dominant à $Da \geq 10^{-3}$ et $Ra \geq 10^7$

Bibliographie

- [1] Jacques Padet, bibliothèque centrale, l'Université de Reims BE 8 205, pp8,2009.
- [2] Makhloufi Med Amine Ammar, Simulation numérique de la convection naturelle bidiffusive dans une cavité poreuse, Mémoire en vue de l'obtention du diplôme Master 2 génie mécanique, Université Larbi Ben M'hidi, Oum El-Bouaghi, pp19,44-45, 2018.
- [3] La loi de Stefan-Boltzmann a été découverte expérimentalement par Joseph Stefan (1835-1893) en 1879 à partir de données expérimentales de John Tyndall (1820-1893). Les fondations théoriques ont été posées dans le cadre de la thermodynamique par un étudiant en doctorat de Stefan, Ludwig Boltzmann (1844-1906), en 1884.
- [4] H. Darcy, Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Dalmont, Paris,1856.
- [5] D.D. Joseph, D.A.Nield, and G. Papanicolaou, Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium, Water Resources Res., Vol.18, pp.1049-1052, 1982.
- [6] C.T. Hsu, A closure model for transient heat conduction in porous media, ASME J.Heat Transfer, Vol. 121, pp. 733-739, 1999.
- [7] K. Vafai and C. L. Tien, Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 195-203, 1981.
- [8] D. Nield and A. Bejan, Convection in Porous Media, Third ed. Springer, USA,2006.
- [9] K. Vafai (Ed.), Handbook of Porous Media, Marcel Dekker, New York, 2000.
- [10] D.B. Ingham, I. Pop (Eds.), Transport Phenomena in Porous Media, Pergamon, Vol. II, Oxford: Pergamon; 2002.
- [11] J.B. Edimilson and J.S.,Marcelo de Lemos, Turbulent natural convection in a porous square cavity computed with a macroscopic K- ϵ model, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47,pp.5639-5650, 2004.
- [12] A.C. Baytas and I. Pop, Free convection in a square porous cavity using a thermal nonequilibrium model, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 41, pp.861-870, 2002.
- [13] A.H. Abdelkareem, S. Kimura, T. Kiwata and N. Komatsu, Experimental Study on Oscillatory Natural Convection in a Hele-Shaw Cell due to Unstably Heated Side, J. of trans. in porous media, Springer, Vol. 76 Issue 3, pp. 363-375, 2009.
- [14] Hassinet Liamena Simulation Numérique de La Convection Naturelle Laminaire Dans Une Cavite Poreuse, thèse de Docteur en Sciences en Mécanique Option : Energétique, Université de BATNA 2 - Mostefa Ben Boulaid,2018.
- [15] Sankar, M., Bhuvaneshwari, M., Sivasankaran, S. and Younghae, D. (2011): Buoyancy induced convection in a porous cavity with partially thermally active sidewalls,

International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 54, pp. 5173-5182.

- [16] Soleimani, S., Ganji, D.D., Gorji, M., Bararnia, H. and Ghasemi, E. (2011) : Optimal location of a pair heat source-sink in an enclosed square cavity with natural convection through PSO algorithm, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 38, pp. 652-658.
- [17] He, B., Lu, S., Gao, D., Chen, W., & Li, X. (2019). Lattice Boltzmann simulation of double diffusive natural convection of nanofluids in an enclosure with heat conducting partitions and sinusoidal boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*, 161, 105003.
- [18] Patankar , S. V, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, 1980.
- [19] J.H. Ferziger, M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamic*, 3rd Edition Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2002.
- [20] A. Haghshenas, M. Rafati Nasr, M.H. Rahimian, Numerical simulation of natural convection in an open-ended square cavity filled with porous medium by lattice Boltzmann method, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, Issue 10, pp. 1513-1519, 2010.
- [21] P. Nithiarasu, K.N. Seetharamu and T. Sundararajan, Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.40, Issue 16, pp.3955-3967, 1997.
- [22] T. Seta, E. Takegoshi and K. Okui, Lattice Boltzmann simulation of natural convection in porous media, *Math. Comput. Simul.*, Vol.72, Issues2-6, pp. 195-200, 2006.